

Faicsiné Adorján Edit

Időtervek: III./2. Hálóterv (CPM) időelemzése



A követelménymodul megnevezése:
Építőipari kivitelezés tervezése

A követelménymodul száma: 0688-06 A tartalomlelem azonosító száma és célcsoportja: SzT-021-50



A KRITIKUS ÚT MEGHATÁROZÁSA

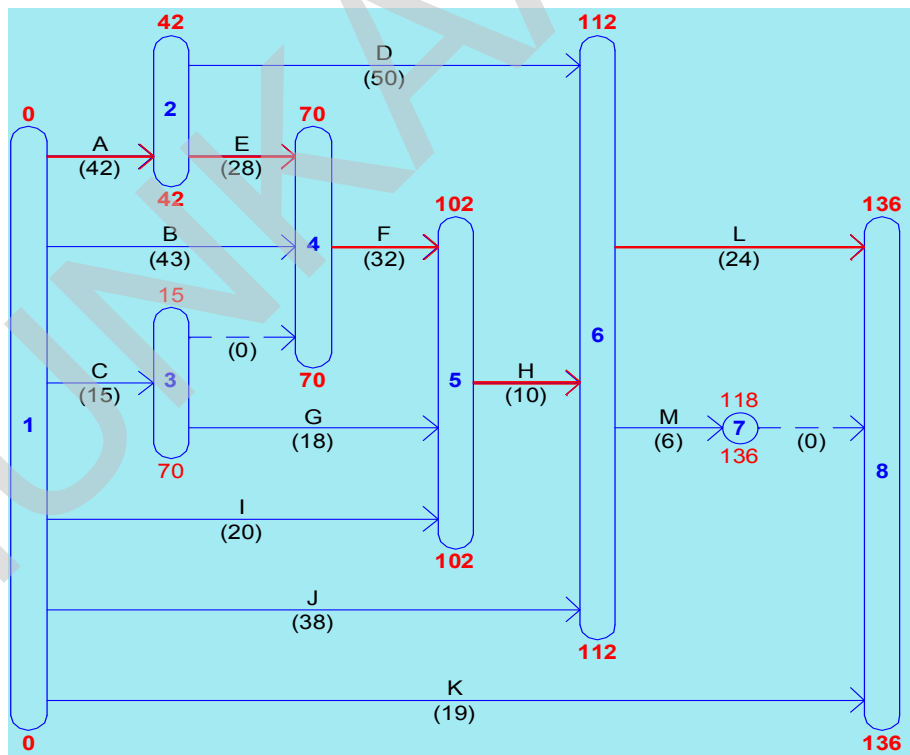
ESETFELVETÉS – MUNKAHELYZET

Közreműködik: 8 mamut vállalat
250 fővállalkozó
9000 alvállalkozó

A feladat: több százezer tevékenységből áll

Az eredmény: 5 év helyett 3,5 év megvalósítási idő

HOGYAN LEHETSÉGES EZ?



KRITIKUS ÚT:

A hálón lévő **leghosszabb** út = A munka megvalósításának **legrövidebb** időtartamával!

SZAKMAI INFORMÁCIÓTARTALOM

ÁTTEKINTÉS

A bonyolult, nehezen áttekinthető folyamatokat, folyamatrendszereket irányítani, szervezni, áttekinteni, ellenőrizni a hálódigramos módszerek alkalmazása nélkül ma már szinte elképzelhetetlen. Célkitűzése, hogy a sokféle, bonyolult tevékenységről könnyen átlátható képet adjon, a feladatok végrehajtásának ütemezését, időbeni lefolyását könnyen kezelhetővé tegye.

A módszer jelentősége növekszik azért, hogy a beruházás megvalósításának időtartama szempontjából ***kritikus folyamatokat*** megjelöli, illetve kiemeli a folyamathalmazból. A kritikus folyamatok kijelölésével lehetőséget nyújt a műszaki vezetés számára, hogy figyelmét és a rendelkezésre álló erőforrásokat elsősorban oda csoportosítsa, ahol az esetleges elmaradás az egész beruházás határidőre való átadását veszélyezteti. Ehhez azonban azt is tudni kell, hogy honnan lehet elvenni kapacitást annak veszélye nélkül, hogy az így meghosszabbodott, korábban nem kritikus folyamatok ne váljanak maguk is kritikussá.

A hálódigramos eljárás rendkívüli előnye tehát, hogy nemcsak arra ad megoldást, hogy a beruházás megvalósításának lehető legrövidebb időtartamát milyen módon kell meghatározni, illetve hogyan lehet ezt az időtartamot betartani, milyen folyamatokra kell a fő figyelmet koncentrálni, hanem arra is, hogy miként lehet a rendelkezésre álló kapacitást optimálisan leterhelni, kihasználni, a határidők betartásának figyelembe vételével.

További nagy előnye az eljárásnak, hogy rendkívül jól alkalmazható számítógépes háttér segítségével, kiválóan programozható, ezáltal az aktualizálás ideje is nagymértékben lerövidíthető.

A CPM háló elemei:

Tevékenység:

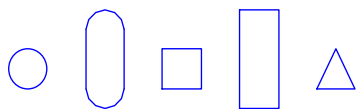
- Jele:



- Mindig ***időtartama van***, legyen az építési folyamat, munkafolyamat, vagy mozdulat, esetleg technológiai szünet, pl. 5 nap, 2 hét, 11 hónap
- ***Erőforrásigénye van***, mely alól kivétel a technológiai szünet, amely a tevékenység része
- Egyik eseménytől a másik eseményig tart.
- A nyíl hossza nem arányos a tevékenység idejével

Esemény:

- Jele :



- Mindig ***időpontot jelöl***, pl.: 5. nap, 2. hét, 11. hónap
- ***Erőforrásigénye nincs***

- A tevékenység kezdő, vagy befejező időpontját jelzi.

Látszattevékenység:

- Jele:



- Nincs időtartama, ezért 0-t írunk a jele alá
- Erőforrásigénye nincs
- Logikai kapcsolatot jelöl

A LOGIKAI HÁLÓ ELKÉSZÍTÉSE

Annak érdekében, hogy a Kritikus Út Módszerét, mint az építkezések időtartamának meghatározására alkalmas módszert bemutassuk, vegyünk egy egyszerű példát. Feltételezve a hálókészítés szabályainak ismeretét, konkrét tevékenységekből összeállítunk egy hálódigramot, mely az időtervezés és az erőforrások egyenletes kihasználásának alapját képezi.

A feladat egy építmény vasbeton sávalapjának elkészítése, melynek során az alábbi munkafolyamatokat kell elvégezni (figyelembe véve a rendelkezésre álló munkaerőt, azt is megbecsüljük, hogy az egyes részfeladatok, illetve tevékenységek megvalósításának hány nap lesz a hozzávetőleges időtartama):

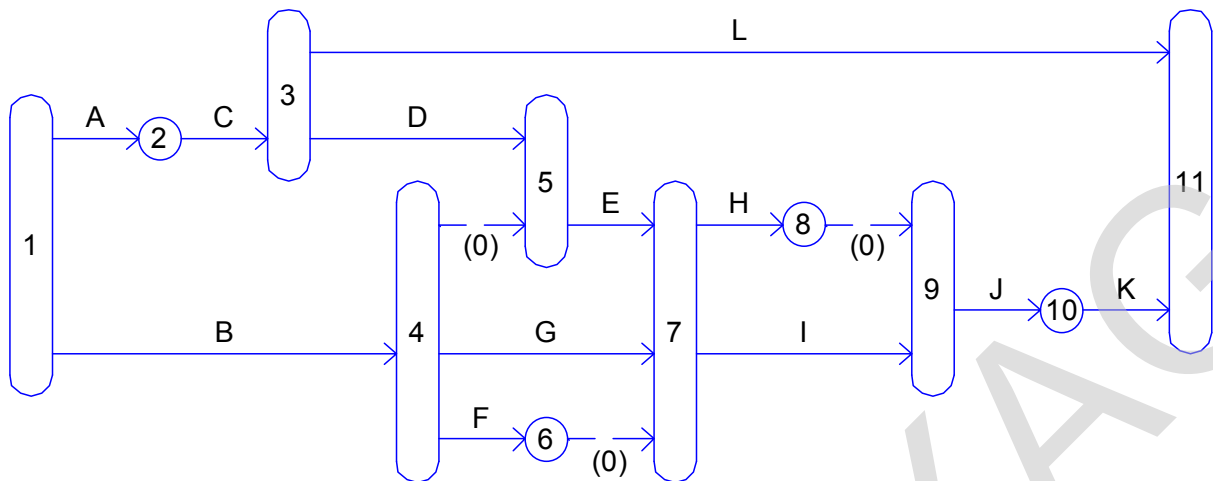
TEVÉKENYSÉGJEGYZÉK

A tevékenység:		
jele	megnevezése	időtartama (nap)
A	Felvonulás	10
B	Anyagszállítás	30
C	Földkiemelés	15
D	Tükrökészítés	10
E	Szerelőbeton készítése és szilárdulás	6
F	Vaselőkészítés a helyszíni vastelepen	18
G	Zsalu előkészítése a helyszíni ácstelepen	40
H	Vasszerelés a helyszínen	4
I	Zsaluzás a helyszínen	18
J	Betonzás és szilárdulás	16
K	Kizsaluzás	18
L	Kitermelt föld elszállítása	6

1. Táblázat

A logikai elemzés során feltételeztük többek között, hogy a zsaluzás és a vasszerelés párhuzamosan készíthető, így megkezdésükig be kell fejezni a zsaluzat elkészítését, valamint a vaselőkészítést, melyek feltétele az anyagszállítás.

Az elvégzendő munkák technológiai és logikai sorrendjét vizsgálva megrajzolhatjuk a megvalósítási folyamatot ábrázoló hálódigramot.



1. ábra: Tevékenységjegyzék alapján készült logikai háló

A logikai háló elkészítése tehát a feladat áttekinthető, könnyen ellenőrizhető formában való ábrázolása, az elvégzendő munkának mintegy térképe, amely a feladat megszervezésének, a végrehajtás ellenőrzésének alkalmas eszköze.

A kész háló, azaz a logikai háló elkészülte után lássuk azt a tevékenységjegyzéket, ahol a tevékenységek már a kezdő és befejező események számaival van jelezve, és a látszattevékenységek is feltüntetésre kerülnek. Ennek a tevékenységjegyzéknek az egyik jellemzője, hogy a tevékenységek az események növekvő sorrendjében kerülnek rendezésre.

TEVÉKENYSÉGGJEGYZÉK

A tevékenység:		
jele	megnevezése	időtartama (nap)
1-2	Felvonulás	10
1-4	Anyagszállítás	30
2-3	Földkiemelés	15
3-5	Tükörkészítés	10
3-11	Kitermelt föld elszállítása	6
4-5	Látszattevékenység	0
4-6	Vaselőkészítés a helyszíni vastelepen	18
4-7	Zsalu előkészítése a helyszíni ácsztelepen	40
5-7	Szerelőbeton készítése és szilárdulás	6
6-7	Látszattevékenység	0
7-8	Vasszerelés a helyszínen	4
7-9	Zsaluzás a helyszínen	18
8-9	Látszattevékenység	0
9-10	Betonozás és szilárdulás	16
10-11	Kizsaluzás	18

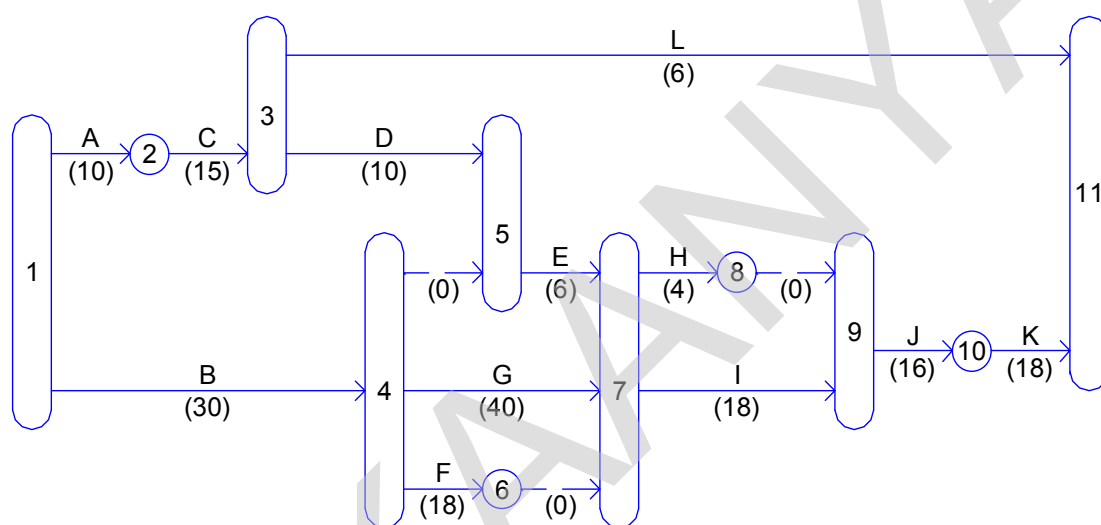
2. Táblázat

IDŐELEMZÉS A HÁLÓN

Az időelemzés célja, hogy a tevékenységek időtartamának ismeretében megállapítsa az egész feladat végrehajtásának időtartamát, majd az egyes tevékenységek láncolatának időszükségletét tegye vizsgálat tárgyává és az egyes tevékenységek időtartalmát számítsa ki.

Amennyiben egy háló két vagy több tevékenységének a befejező eseménye közös, ezt az eseményt a hálórendszer kezdő eseményéből legalább két úton lehet elérni. A háló kezdő eseményétől a befejező eseményéig tehát sokféle úton juthatunk el.

Tüntessük fel a tevékenységek időadatait a hálón, amelyet a tevékenység jele alá írunk.



2. ábra: A tevékenységi időszükséglet feltüntetése a logikai hálón

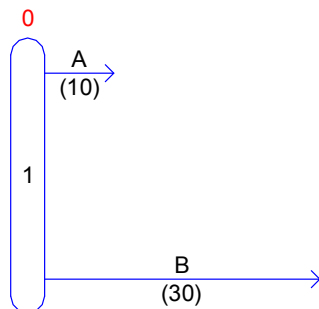
A feladat kivitelezésének időtartamát a háló valamelyik útjának időszükséglete adja. Kérdés, hogy a sokféle út közül melyik lesz meghatározó? A teljes időtartamot a sok út közül az adja, amely a legnagyobb időtartammal rendelkezik. Ezt az utat nevezzük **KRITIKUS ÚT**nak. Nevét onnan nyerte el, hogy a kritikus úton lévő tevékenységeknél már a legkisebb késés az egész feladat határidő eltolódását okozza.

Amennyiben a hálóban lévő lehetséges utak száma nagy, az összes út közül legnagyobb időtartammal rendelkező út kiszámítása rendkívül időigényes feladat. Minél komplikáltabb a háló, annál nagyobb a munka, ezért valamilyen általánosítható eljárás bevezetése válik szükségessé.

Meghatározzuk tevékenységek szerint, hogy a teljes feladat kezdésétől számítva mennyi időnek kell eltelnie minimálisan ahhoz, hogy azok elkezdhetőek legyenek. Ezeket az időpontokat – **az esemény bekövetkezésének lehető legkorábbi időpontjait** – az események fölé írjuk.

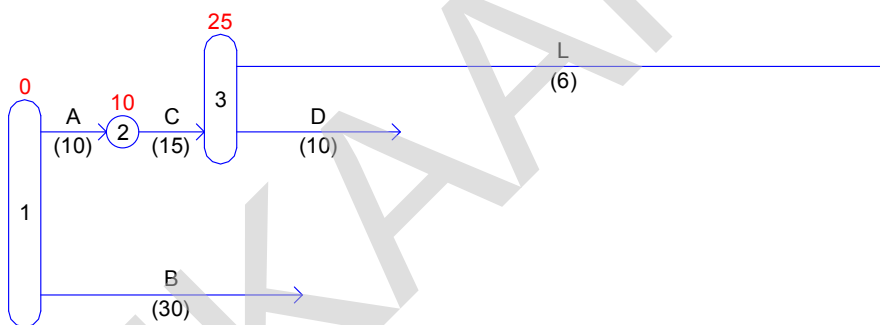
Ahogy az, az 1. ábrából kitűnik, az 1. jelű esemény a háló legelső eseménye, és az ebből kiinduló 1–2 és az 1–4 jelű tevékenységek megkezdéséhez nem kell eltelnie semennyi

időnek. Az 1. esemény legkorábbi bekövetkezési ideje tehát 0, így az esemény fölé 0-át írunk.



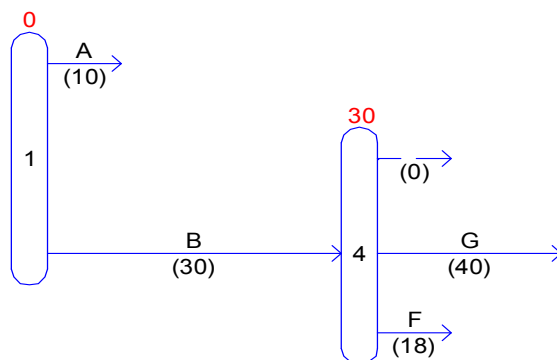
3. ábra: A kezdő esemény legkorábbi bekövetkezési ideje mindig nulla

A 2. jelű esemény akkor következik be, ha az „A” jelű tevékenység, azaz a felvonulás befejeződött. A felvonulás 10 napot vesz igénybe, tehát a 2. jelű esemény a 10. napon következhet be, ezért a 2. jelű esemény fölé 10-et írunk. Ugyanígy járunk el a 3. jelű eseménnyel, hiszen az a „C” tevékenység befejeztével, azaz valójában az „A” (felvonulás) és a „C” (földkiemelés) tevékenységek befejeztével, tehát a $10+15=25$. napon következhet be.



4. ábra: Legkorábbi bekövetkezési időpontok

A 4. jelű eseményből induló 4-6 és 4-7 jelű tevékenységek csak akkor kezdhetők el, amikor az 1-4 jelű 30 napig tartó tevékenység befejeződött, ezért a 4. jelű esemény fölé a 30-as kerül, jelezve ezzel, hogy az innen induló két tevékenység lehető legkorábbi kezdéséig 30 napnak kell eltelnie.



5. ábra: Legkorábbi bekövetkezési időpontok

A 7. jelű esemény eljutásához három út vezet: Az egyik a 4–6 tevékenységen és a 6–7 látszattevékenységeken keresztül, a másik út a 4. jelű eseményből kiinduló 4–7 tevékenység és az 5. jelű eseményből induló 5–7 tevékenység. Valamennyit megelőzi viszont az 1–4 jelű tevékenység, mely 30 napig tart és az 1–2–3–5 tevékenységsor, amely $10+15+10=35$ napig tart. A 4–7 jelű tevékenység 40 napig tart; ezzel párhuzamosan a 4–6 jelű tevékenység csupán 18 napot vesz igénybe, a 6–7 jelű látszattevékenység természetesen időt nem igényel. Így a 7. jelű eseményt megelőző tevékenységek:

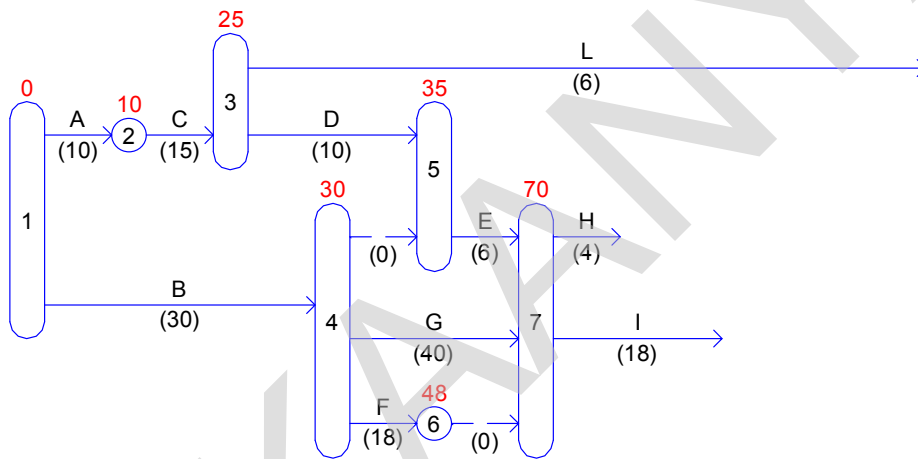
$$30+18+0=48, \text{ illetve}$$

$$30+40=70 \text{ és}$$

$$35+6=41 \text{ napig tartanak.}$$

Belátható, hogy a hosszabb út az, amelyik 70 napig tart, azaz az 1–4–7 jelű útvonal.

A 7. esemény bekövetkezésének lehető legkorábbi ideje tehát a 70. nap, ennek megfelelően a 7. jelű esemény fölé 70-et írunk.



6. ábra: Legkorábbi bekövetkezési időpontok

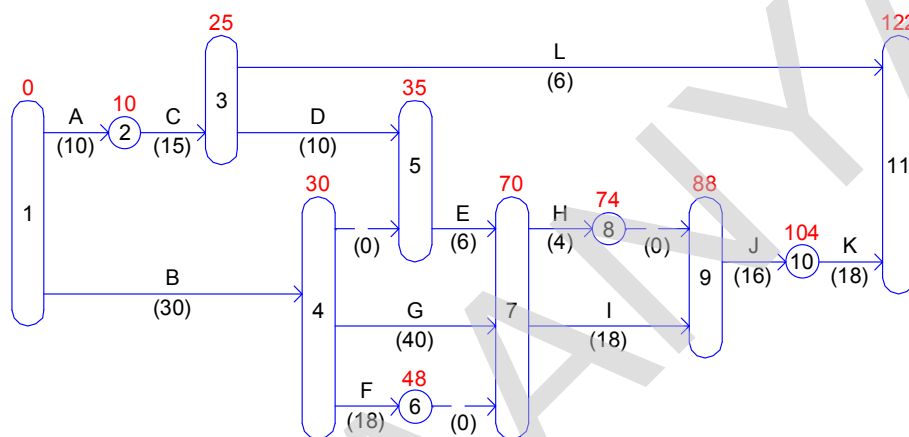
Hasonló megfontolások alapján az egyes események bekövetkezésének lehető legkorábbi ideje táblázatba foglalva a következő:

Esemény	Az eseménybe érkező tevékenységek	A legkorábbi bekövetkezési idő számítása	Legkorábbi bekövetkezési idő
1	-	0	0
2	1-2	$0+10=10$	10
3	2-3	$10+15=25$	25
4	1-4	$0+30=30$	30
5	4-5	$30+0=30$	35
	3-5	$25+10=35$	
6	4-6	$30+18=48$	48
7	4-7	$30+40=70$	70

	5-7	$35+6=41$	
	6-7	$48+0=48$	
8	7-8	$70+4=74$	74
9	7-9	$70+18=88$	88
	8-9	$74+0=74$	
10	9-10	$88+16=104$	104
11	3-11	$25+6=31$	122
	10-11	$104+18=122$	

3. Táblázat

A kapott eredményeket – az események fölé írva – rávezetjük a hálóra.



7. ábra: A háló összes eseményének legkorábbi bekövetkezési időpontja

Ezzel tulajdonképpen megkapjuk, hogy mennyi idő alatt valósul meg a teljes program, ha a munkafolyamatok előirányzott időtartamát betartják.

A legkorábbi bekövetkezés időpontjának értékét tehát a háló kezdő eseményéből lépésenként kell kiszámítani. Minden esetben el kell dönteni, melyik út a leghosszabb és annak értékét kell figyelembe venni.

Felmerül a kérdés: mikor kell megkezdődnie a 10–11 jelű tevékenységnek?

Megállapítottuk, hogy a feladat legkorábban a 122. nap végén fejeződik be, természetes tehát, hogy a legkésőbbi befejezés is a 122. nap végén kell, hogy legyen.

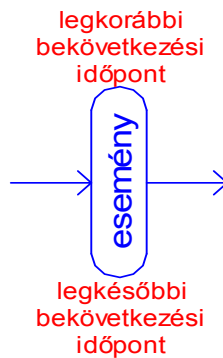
Ha tehát a teljes munka 122 napig tart és a kiszaluzás 18 napot igényel, akkor a 10–11 jelű tevékenységnek legkésőbb $122-18=104$. nap elmúltával meg kell kezdődnie, hogy késedelem nélkül befejeződhessen a feladat.

A 9–10 jelű tevékenység 16 nap alatt végezhető, így a legkésőbb $104-16=88$. nap után meg kell kezdődnie. Amennyiben ezt a tevékenységet pl. 3 nappal később kezdenénk el, a teljes átfutási idő betartását lehetetlenné tenné, vagyis 3 napos határidő eltolódást jelentene.

Az eseményekhez tehát két időpont tartozik:

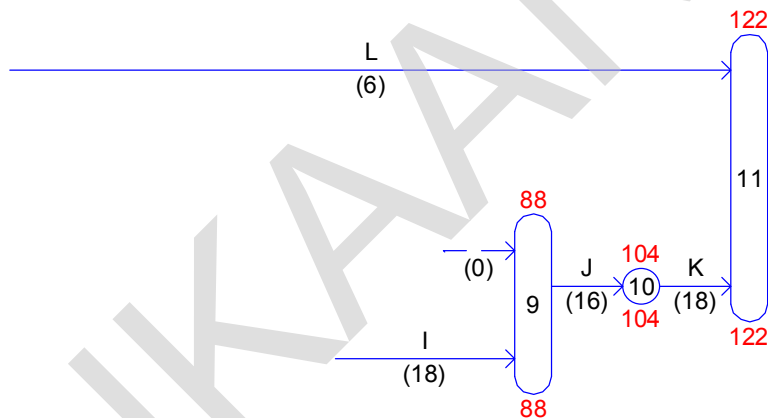
1. a lehető **legkorábbi bekövetkezési időpont** (az előzőekben megismert),
2. a megengedhető **legkésőbbi bekövetkezési időpont**, amikor legalább egy, az eseményből kiinduló tevékenységnek meg kell kezdődnie.

Ebből kiderül, hogy ahány nappal később kezdjük el a hátralévő feladatok végrehajtását, mint a megadott legkésőbbi bekövetkezési időpont, ugyanannyi nappal tolódik ki az egész háló befejezésének határideje is.



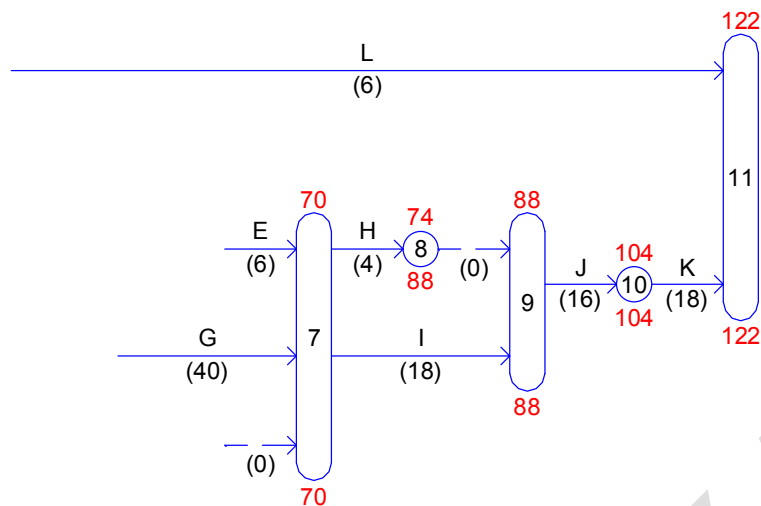
8. ábra: Az események időpontjai

Az események legkésőbbi bekövetkezési időpontját mindig az eseményt jelképező síkidom alá írjuk. Tüntessük fel a már eddig meghatározott időpontokat:



9. ábra: Az utolsó esemény legkésőbbi bekövetkezési időpontja mindig azonos a legkorábbi bekövetkezési időponttal

A 7. jelű eseményből két tevékenység indul ki; az egyik a 7–8 jelű 4 napot, a másik a 7–9 jelű 18 napot igényel. A fentiek alapján ezeket a 88-ból levonva 84-et és 70-et kapunk. A késedelem nélküli munkának feltétele, hogy a hosszabb utat vegyük figyelembe, tehát a 7. esemény legkésőbbi bekövetkezési ideje a 70 lesz.



10. ábra: Legkésőbbi bekövetkezési időpontok

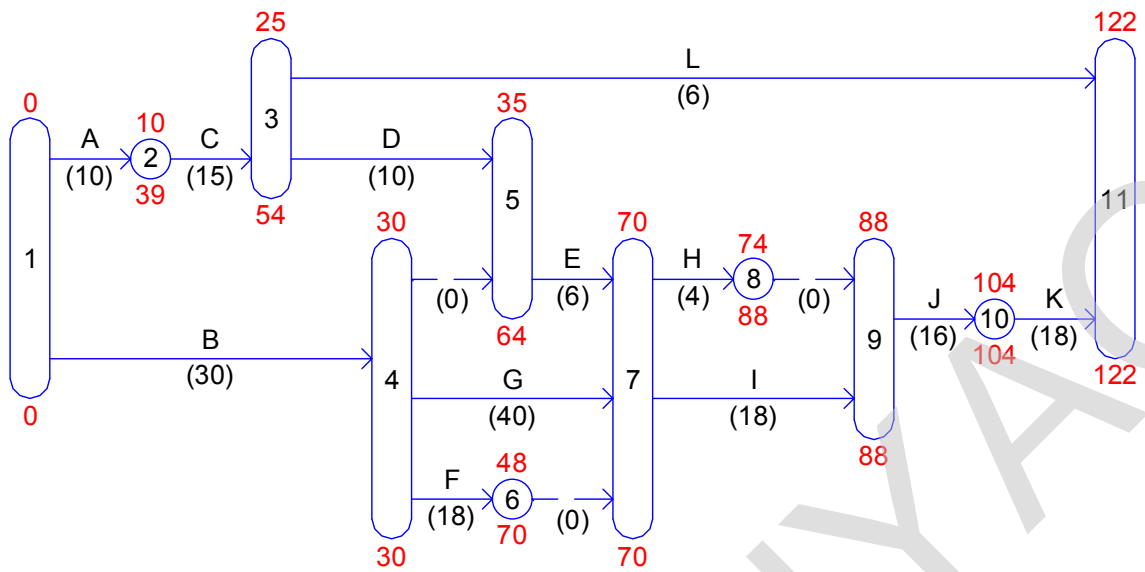
A 7. ábrából kitűnik, hogy az 5-7 jelű tevékenység a 35. nap elmúltával megkezdődhet. Semmi probléma sem keletkezik azonban abból, ha történetesen csak a 64. napon kezdjük el a lehetséges 35. nap helyett, mert ez esetben is be lehet fejezni a 70. napra, amikor a következő tevékenységeknek kezdődniük kell.

Ugyanezzel a módszerrel továbbhaladva meghatározhatjuk minden egyes esemény megengedhető legkésőbbi bekövetkezési időpontját, amely táblázatba foglalva a következő:

Esemény	Az eseménybe érkező tevékenységek	A legkésőbbi bekövetkezési idő számítása	Legkésőbbi bekövetkezési idő
11	-	-	122
10	10-11	$122-18=104$	104
9	9-10	$104-16=88$	88
8	8-9	$88-0=88$	88
7	7-8	$88-4=84$	70
	7-9	$88-18=70$	
6	6-7	$70-0=70$	70
5	5-7	$70-6=64$	64
4	4-5	$64-0=64$	30
	4-6	$70-18=52$	
	4-7	$70-40=30$	
3	3-5	$64-10=54$	54
	3-11	$122-6=116$	
2	2-3	$54-15=39$	39
1	1-2	$39-10=29$	0
	1-4	$30-30=0$	

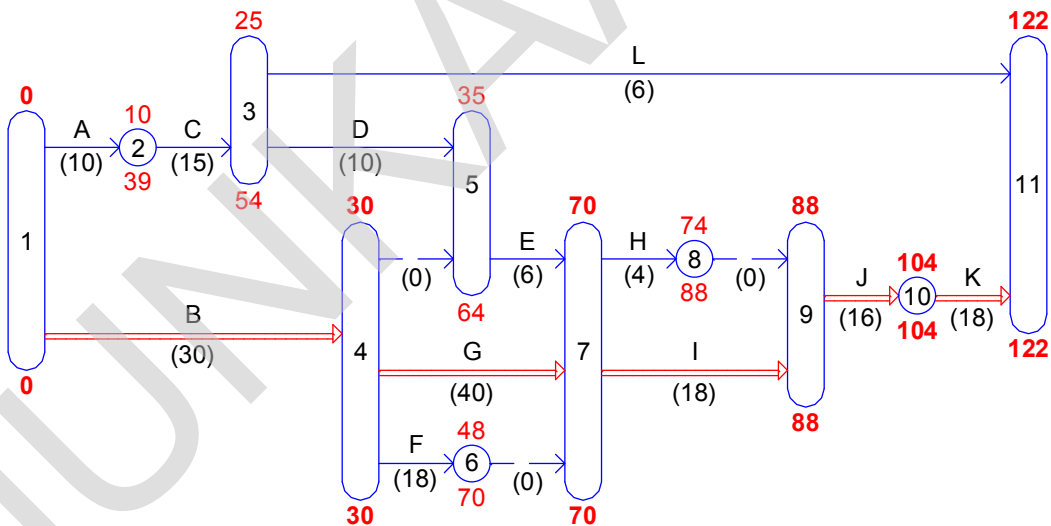
4. Táblázat

A kapott eredményeket - az események jele alá írva - rávezetjük a hálóra:



11. ábra: A háló eseményeinek legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezési időpontjai

Azok az események, amelyek legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezési időpontja megegyezik, kritikusak; így az ezeket összekötő tevékenységek is kritikus tevékenységek, tehát a kritikus úton fekszenek.



12. ábra: Kritikus Út feltüntetése – kiemelése – a hálón

A 12. ábrán a Kritikus Utat piros duplavonalú nyíllal jelöljük, ezzel is fölhívva a figyelmet jelentőségére.

Kritikus Út: 1 - 4 - 7 - 9 - 10 - 11

A Kritikus Út tehát az a hálón lévő **leghosszabb** út (tevékenységek sora), amely egyenlő a munka megvalósításának **legrövidebb** időtartamával!

Fontos tudnunk, hogy egy hálón több Kritikus Út is lehet, és a látszattevékenységek is rajta lehetnek a Kritikus Úton.

Az építkezések során a legfontosabb feladat a kritikus tevékenységek kiemelt figyelme, hogy lemaradás esetén időben be lehessen avatkozni a megfelelő erőforrás növelésével (munkaerő átcsoportosítása, munkaerő létszámának növelése, gépek beiktatása ott, ahol addig nem volt, de egyébként lehetséges), természetesen ügyelve arra, hogy közben azok a tevékenységek, amelyek addig nem voltak kritikusak, azzá ne váljanak.

IDŐELEMZÉS FELSŐ HÁROMSZÖG MÁTRIX SEGÍTSÉGÉVEL

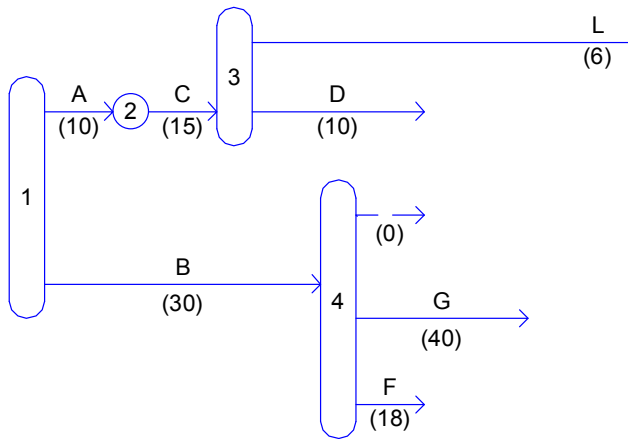
A kritikus útvonalat az előzőekben úgy határoztuk meg, mint a hálórendszer kezdő és végpontja között lévő leghosszabb út. Ha tehát egy hálórendszerben minden ponthoz vezető leghosszabb útvonalat meghatározzuk, akkor ezzel automatikusan a kritikus útvonalat is meghatározzuk.

A kritikus út számítására többféle lehetőség áll rendelkezésre; a kiindulási alap azonban mindig azonos. Nagy háló esetén, azaz soktevékenységes hálónál kissé bonyolulttá válik a hálón történő időelemzés.

A legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezési időpontokat és ezekből a kritikus utat **mátrix** alkalmazásával is ki lehet számítani. A mátrix egy sajátos koordináta-rendszer, ahol a hálóban feltüntetett összefüggéseket, az események kapcsolatát egy matematikai mátrixmodell segítségével tüntetik fel. Azért kapta a felső háromszög jelzést, mert a tevékenységek időadatai és az események kapcsolatait jelölő adatok csak az átlóként szereplő felezővonal fölötti háromszög alakú területre kerülnek beírásra.

Milyen elveket alkalmazzunk a mátrix kitöltésénél?

1. Minden mezőbe, ahol a kezdő és a befejező esemény között tevékenység van, beírjuk a tevékenység időtartamát. Ez vonatkozik a látszattevékenységre is, de ott természetesen a beírásra kerülő szám a „0” lesz. Amint az a 13. ábrán látható, az 1. jelű eseményből indul egy tevékenység 10 napos munkaidővel a 2. jelű eseménybe, tehát az 1-es sor (kezdő esemény) és a 2-es oszlop (befejező, vagy érkező esemény) metszéspontjába beírjuk a 10-et, azaz a 10 napot. Teljesen logikus, hogy az 1-es eseményből 1-es eseménybe (a háló szerkesztési szabályaiból adódóan) nem megy tevékenység, tehát ezt kivesszük a kitöltési lehetőségek közül. Ezek az X-ek adják az átlót, vagy felezővonalat.



Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4
1	X	10		30
2		X	15	

13. ábra: A tevékenységek időszükséglete a mátrixban

- Azt a mezőt, ahol a kezdő és a befejező (érkező) esemény között nincs tevékenység, üresen hagyjuk, így pl. a kezdő 1-es és az érkező 3-as esemény között nincs tevékenység, ezért oda nem kerül szám, de ugyanez vonatkozik a kezdő 2-es és az érkező 4-es esemény metszéspontjára is. (13. ábra)
- A kezdő esemény mindig kisebb az érkező eseménytől. Amennyiben ezt a szabályt betartjuk, akkor a háló szerkesztési szabályainak megfelelően jártunk el és akkor a mátrix X-el jelölt átlója fölött találunk csak értékeket.
- A mátrix után elhelyezünk egy oszlopot, ahol a legkorábbi bekövetkezési időpontokat számoljuk. A mátrix sorai alá is teszünk egy sort, amely majd a legkésőbbi bekövetkezési időpontokat fogja tartalmazni.

Az elveket figyelembe véve elkészítjük és kitöltjük a mátrixot.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								
2		X	15									
3			X		10						6	
4				X	0	18	40					
5					X		6					
6						X	0					
7							X	4	18			
8								X	0			

9									X	16		
10										X	18	
11											X	
Legkésőbbi bekövetkezési időpont												

5. Táblázat

A legkorábbi bekövetkezési időpontok értékeinek számítása:

A kezdő esemény sorába - vagyis a legelső sor végére - mindig nullát kell írni. Ez egy szabály, amely abból következik, amit már a hálón történő időelemzésnél is említettünk, hogy az első esemény bekövetkezése előtt nincs tevékenység, amely időt igényelne, ezért ez az esemény a 0. napon következik be.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								0

6. Táblázat

Ezt követően keressük a 2. sor végére írandó értéket

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								0
2		X	15									?

7. Táblázat

A kérdőjel helyére kerülő szám megmutatja, hány napnak kell eltelnie a kezdéstől számítva, míg a 2. sorban lévő tevékenység megkezdhető lesz. Meghatározása során a következő eljárást kell alkalmazni:

A keresett legkorábbi bekövetkezési időpont sorában balra haladunk egészen az X-ig, majd az oszlopban megindulunk fölfelé (a nyilak mutatják a haladás irányát). Ahol számértéket találunk, azt a számot hozzáadjuk a saját sorában, a sor végén lévő számértékhez, ami a mostani példánál $0+10=10$. Tekintettel arra, hogy az X fölött nincs további számérték, ezért ezt a kapott értéket vesszük a legkorábbi bekövetkezési időpontnak, beírjuk a 2. sor végére.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								0
2		X	15									10

1	X	10		30								0
2		↑ X←	15									10

8. Táblázat

A továbbiakban ez a számítási eljárás mechanikusan ismétlődik.

Így a 3. sorban az X fölötti 15-höz a sor végén található 10-et, a 4. sorban az X fölötti 30-hoz a saját sorvégén lévő 0-t adjuk.

Az első problémánk akkor adódik, amikor az 5. sor legkorábbi bekövetkezési időpontját szeretnénk meghatározni, ugyanis ott az X fölött 2 számadatot találunk. Az eljárás itt is azonos az eddig megismerttel, de a két kapott összeg közül

$$25+10=35$$

$$30+0=30$$

a nagyobbat kell választanunk a legkorábbi bekövetkezési időpont értelmezésének megfelelően.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								0
2		X	15									10
3			X		10						6	25
4				X	0	18	40					30
5					↑ X←		6					35

9. Táblázat

Ugyanígy határozzuk meg az utolsó oszlop, azaz a legkorábbi bekövetkezési időpont többi adatát is.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								0
2		X	15									10
3			X		10						6	25

4				X	0	18	40					30
5					X		6					35
6						X	0					48
7							X	4	18			70
8								X	0			74
9									X	16		88
10										X	18	104
11											X	122
Legkésőbbi bekövetkezési időpont												

10. Táblázat

A legkésőbbi bekövetkezési időpont értékeinek meghatározása:

Első lépésként a 11. oszlop alá beírjuk a 122-öt, mert az utolsó oszlop alá írandó szám minden esetben megegyezik az utolsó sor végére írt számmal – a legkésőbbi bekövetkezési időpont értelmezésének megfelelően.

Ezután keressük a 10. esemény bekövetkezésének megengedhető legkésőbbi időpontját, ezért a 10. sorban lévő számértéket – tevékenységi időtartamot – levonjuk az alatta lévő időadatból. A kapott érték $122 - 18 = 104$ lesz, melyet beírunk a 10. oszlop alján lévő mezőbe.

10										X →	18	104
11											X	122
Legkésőbbi bekövetkezési időpont										↑	104	122

11. Táblázat

A számítást így folytatva eljutunk a 7. oszlop számértékének meghatározásához, ahol két kivonást kell elvégezni, hiszen a 7. sorban két tevékenység időtartama van feltüntetve.

7							X→ ↑	4	18			70
8								X	0			74
9									X	16		88
10										X	18	104
11											X	122
Legkésőbbi bekövetkezési időpont							70	88	88	104	122	

12. Táblázat

Mindkét időtartamot levonjuk az alatta lévőből:

8. oszlopban: $88 - 4 = 84$

9. oszlopban: $88 - 18 = 70$.

A kettő közül a kisebb értéket kell beírni a 7. oszlop alá a legkésőbbi bekövetkezési idő értelmezéséből adódóan.

A továbbiakban a számítást mechanikusan folytatjuk.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								0
2		X	15									10
3			X	10							6	25
4				X	0	18	40					30
5					X		6					35
6						X	0					48
7							X	4	18			70
8								X	0			74
9									X	16		88
10										X	18	104
11											X	122
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	39	54	30	64	70	70	88	88	104	122	

13. Táblázat

Ezek után el kell dönteni, mely események szerepelnek a kritikus útvonalon.

Mint azt már korábban is megállapítottuk, mindazok az események rajta lesznek a kritikus úton, amelyek legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezésének időpontja megegyezik.

A számított legkésőbbi bekövetkezési időpontokból kivonva a legkorábbi bekövetkezési időpontokat a következő eredményt kapjuk.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	39	54	30	64	70	70	88	88	104	122
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	10	25	30	35	48	70	74	88	104	122
Különbség	-	29	29	-	29	22	-	14	-	-	-

14. Táblázat

A 14. táblázatban szereplő számításokat, természetesen együtt kezelik a felső háromszög mátrix táblájával.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	10		30								0
2		X	15									10
3			X		10						6	25
4				X	0	18	40					30
5					X		6					35
6						X	0					48
7							X	4	18			70
8								X	0			74
9									X	16		88

10										X	18	104
11											X	122
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	39	54	30	64	70	70	88	88	104	122	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	10	25	30	35	48	70	74	88	104	122	
Különbség	-	29	29	-	29	22	-	14	-	-	-	

Ahol a legkésőbbi és legkorábbi bekövetkezési időpontok azonosak, ott értelemszerűen nincs különbség, tehát a KRITIKUS ÚT eseményei: 1.; 4.; 7.; 9.; 10. és 11. jelű események.

Ebből következik, hogy a KRITIKUS TEVÉKENYSÉGEK azok, amelyek a kritikus események között találhatóak: 1-4; 4-7; 7-9, 9-10 és 10-11 jelű tevékenységek.

A KRITIKUS ÚTVONAL felső háromszög mátrix segítségével meghatározva:

1-4-7-9-10-11.

Összehasonlítva a hálón számított kritikus úttal megállapítható, hogy a mátrix segítségével kapott út megegyezik a hálón számított úttal.

Az egyik számítási mód tehát a másik ellenőrzésére is kiválóan alkalmas, de természetesen külön-külön alkalmazva is eredményre vezet.

Felső háromszög mátrix segítségével ellenőrizzük a téma bevezetéskor megjelenített Kritikus Út meghatározást:

Az első feladat elkészíteni a mátrixot, majd beírni a tevékenységek időadatait. Azt követi a legkorábbi bekövetkezési időpontok meghatározása, melynek során a nagyobb időt igénylő utat választjuk. A legkorábbi bekövetkezési időpontok meghatározása után kiszámoljuk a legkésőbbi bekövetkezési időpontokat is, végül megkeressük azokat az eseményeket, amelyek rajta lesznek a Kritikus Úton. A kritikus események között találjuk azokat a tevékenységeket, amelyek végrehajtásánál külön figyelnünk kell a meghatározott idő betartására, hogy veszélybe ne kerüljön a feladat teljesítési határideje.

A háló 8 eseményből áll, ezért a mátrix mérete: $8+2=10$ oszlop és $8+4=12$ sor lesz.

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	42	15	43	20	38		19	0
2		X		28		50			42
3			X	0	18				15

4				X	32				70
5					X	10			102
6						X	6	24	112
7							X	0	118
8								X	136
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	42	70	70	102	112	136	136	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	42	15	70	102	112	118	136	
Különbség	-	-	55	-	-	-	18	-	

15. Táblázat

Miután befejeztük a számítást, meghatározzuk a Kritikus Utat:

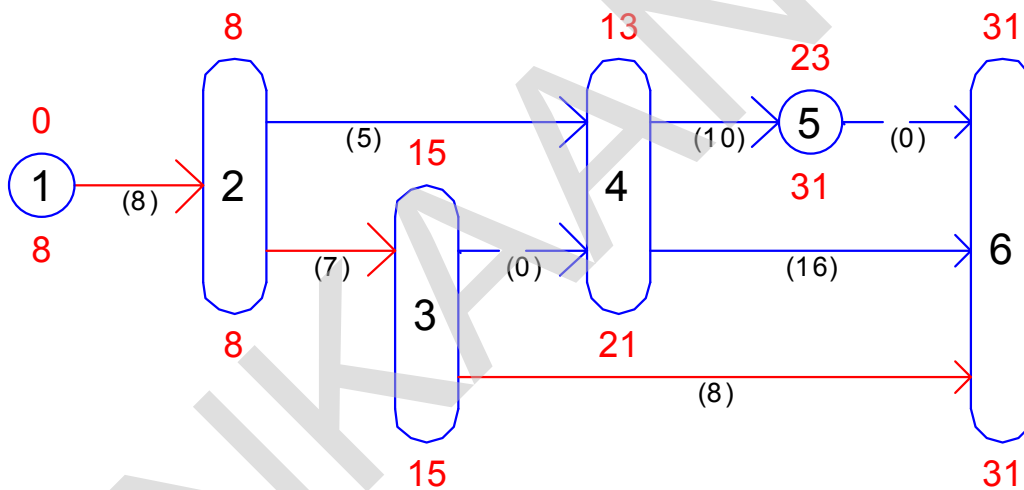
KÚ: 1-2-4-5-6-8

Összehasonlítva a hálón történt elemzéssel megállapíthatjuk, hogy a két Kritikus Út egyezik, az ellenőrzés során nem találtunk hibát.

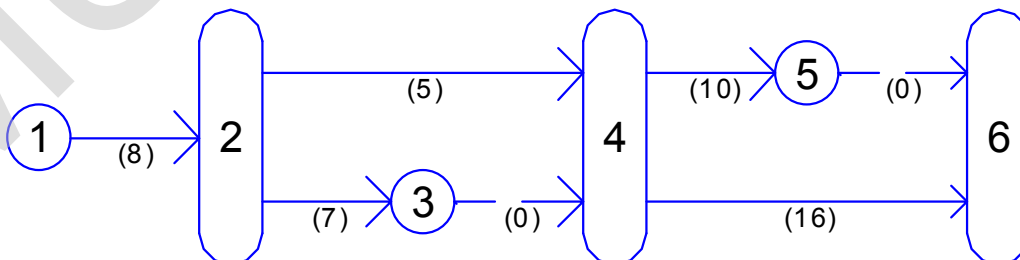
TANULÁSIRÁNYÍTÓ

- a) Olvassa el az alábbi könyvrészletet: Bársony István: Magasépítéstan I.; Kiadó: Szega Books Kft. 2008 (5–8. old)! Az olvasott szöveg alapján állítson össze 10 tevékenységet, amelyek technológiailag kapcsolódnak egymáshoz, majd rendeljen hozzájuk munkaidőt. Osztálytársaival közösen (tanári irányítással) készítsenek hálótervet, majd határozzák meg a Kritikus Utat hálón történő időelemzéssel!
- b) Ellenőrizze, a Kritikus Út meghatározását a hálón! Javítsa ki (tanára ellenőrzésével) a hibákat! Beszélje meg osztálytársaival!

HIBÁS IDŐELEMZÉS!

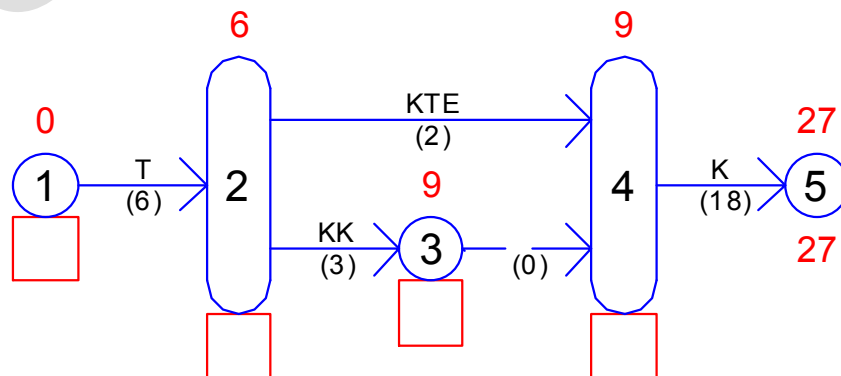


- c) Ellenőrizze, hogy a háló alapján helyesen lett-e kitöltve a felső háromszög mátrix?



Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	8					
2		X	7	5			
3			X	0			
4				X	10	16	
5					X	0	
6						X	
Legkésőbbi bekövetkezési időpont							

- d) Tanulmányozza a Szega Books Kft. kiadásában szerkesztett Bársony István – Schiszler Attila – Walter Péter: Magasépítéstan II. (Kiadás éve: 2007) című könyvében a 342. oldalon 11.21. ábrán bemutatott acél csarnokszerkezet fő részeit! Készítsen hálótervet az ábrán feltüntetett elemek elhelyezésének folyamatáról, de két egymás mellett épülő csarnok esetében! Mutassa be osztálytársainak is a hálót, és indokolja a tevékenységek kapcsolatát!
- e) Tanulmányozza (tanára segítségével) Takács Ákos – Dr. Neszmélyi László – Somogyi Miklós: Építéskivitelezés–szervezés; Szega Books Kft. 2007-ben kiadott könyvének 226–227. oldalakon leírt és egy betonlábazatra szerelt kerítés példáján keresztül bemutatott időelemzést CPM rendszerű hálón!
- f) Folytassa a hálón megkezdett Kritikus Út meghatározási számítást! A négyzetekbe írja be a helyes számokat! Írja le a Kritikus Utat az események sorrendjében!



- g) Folytassa a felső háromszög mátrix segítségével elkezdett Kritikus Út elemzését!
Határozza meg a Kritikus Utat!

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	13					0
2		X	12	10			13
3			X	0			25
4				X	15	21	25
5					X	0	40
6						X	46
Legkésőbbi bekövetkezési időpont						46	

ÖNELLENŐRZŐ FELADATOK

1. feladat

Írja le a kijelölt helyre a Kritikus Út fogalmát!

2. feladat

Írja le a kijelölt helyre a kritikus esemény fogalmát?

3. feladat

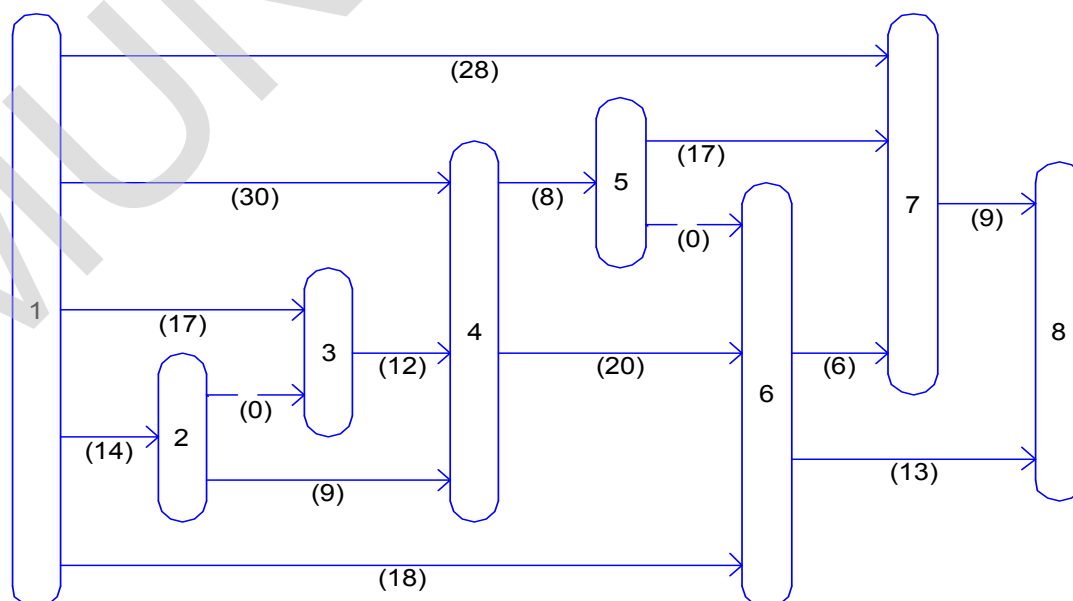
Írja le mit értünk egy esemény legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezési időpontja alatt?

4. feladat

Írja le a Kritikus Út meghatározásának menetét!

5. feladat

Határozza meg a Kritikus Utat hálón történő időelemzéssel!



6. feladat

Ellenőrizze az 5. feladatban kiszámolt Kritikus Utat felső háromszög mátrix segítségével!

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X								
2		X							
3			X						
4				X					
5					X				
6						X			
7							X		
8								X	
Legkésőbbi bekövetkezési időpont									
Legkorábbi bekövetkezési időpont									
Különbség									

7. feladat

Ellenőrizze a felsőháromszög mátrix adatai alapján az időelemzést! Amennyiben hibát észlel, úgy az üres táblázatban korrigálja az adatokat!

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	5				0
2		X	2	6		5
3			X	3	4	7
4				X	8	10
5					X	11
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	2	4	3	11	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	5	7	10	11	
Különbség	-	3	4	7	-	

Kritikus Út: 1 - 5

Ebben a táblázatban javítson:

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	5				
2		X	2	6		
3			X	3	4	
4				X	8	
5					X	
Legkésőbbi bekövetkezési időpont						
Legkorábbi bekövetkezési időpont						
Különbség						

Kritikus Út:.....

8. feladat

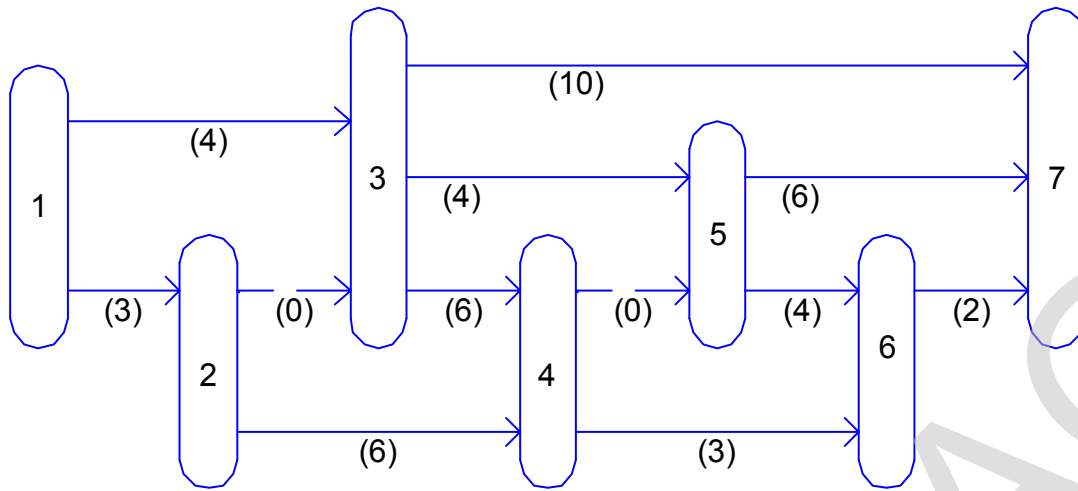
Határozza meg a Kritikus Utat felső háromszög mátrix segítségével! A mátrixba beírt tevékenységi időszükségleteket vegye figyelembe!

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	4	12	6	10								
2		X	0						8				
3			X		7								
4				X	0								
5					X	5							
6						X	9						
7							X	3		8			
8								X	2				
9									X	2			
10										X	3	10	
11											X	0	
12												X	
Legkésőbbi bekövetkezési időpont													
Legkorábbi bekövetkezési időpont													
Különbség													

9. feladat

Határozza meg a mellékelt háló Kritikus Útját mindkét időelemzési módszerrel:

- Hálón történő időelemzéssel, és
- Felső háromszög mátrix segítségével



Kritikus Út:

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X							
2		X						
3			X					
4				X				
5					X			
6						X		
7							X	
Legkésőbbi bekövetkezési időpont								
Legkorábbi bekövetkezési időpont								
Különbség								

Kritikus Út:

MEGOLDÁSOK

1. feladat

Kritikus Útnak nevezzük a hálón lévő összes tevékenységsor közül a legnagyobb időtartammal rendelkezőt.

A kritikus eseményeket összekötő tevékenységek sora adja a Kritikus Utat.

2. feladat

Azok az események, amelyek legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezési időpontja megegyezik, kritikusak.

3. feladat

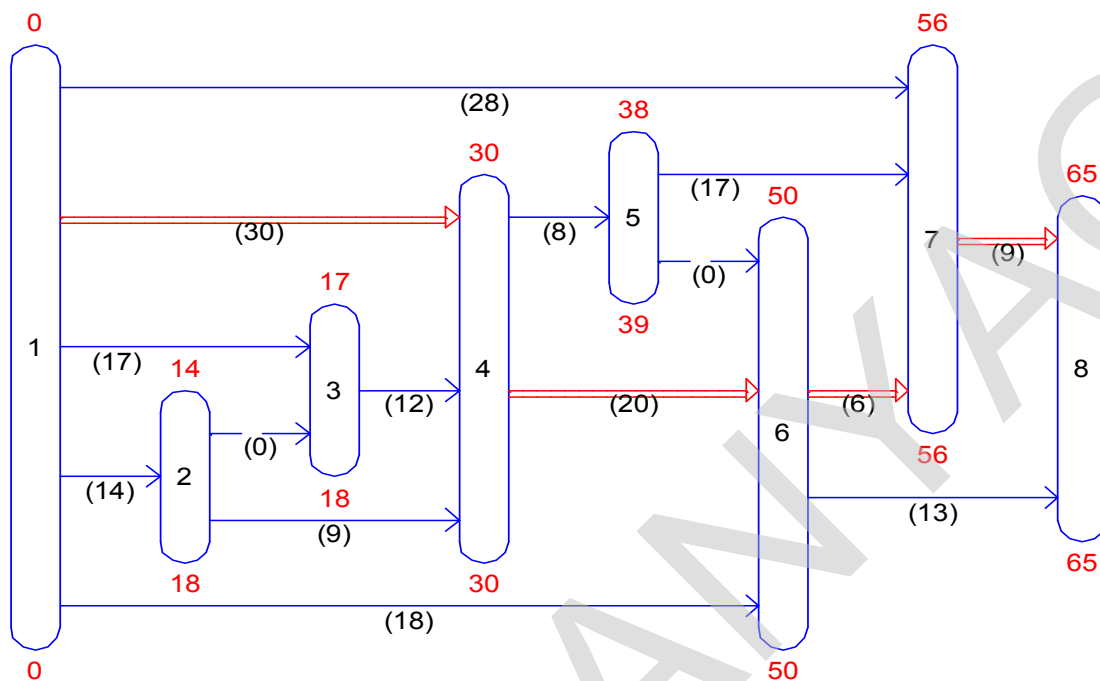
Azokat az időpontokat nevezzük egy ***esemény bekövetkezésének legkorábbi időpontjának***, amelyek a feladat kezdésétől számítva minimálisan eltelnek, tehát ha két tevékenység érkezik egy eseménybe, akkor a két bekövetkezési időpont közül a nagyobbik.

A megengedhető ***legkésőbbi bekövetkezési időpont***, amikor legalább egy, az eseményből kiinduló tevékenységnek meg kell kezdődnie.

4. feladat

Az első feladat a legkorábbi bekövetkezési időpontok meghatározása, melynek során a nagyobb időt igénylő utat választjuk. A legkorábbi bekövetkezési időpontok meghatározása után kiszámoljuk a legkésőbbi bekövetkezési időpontokat is, végül megkeressük azokat az eseményeket, amelyek rajta lesznek a Kritikus Úton. A kritikus események között találjuk azokat a tevékenységeket, amelyek végrehajtásánál külön figyelniük kell a meghatározott idő betartására

5. feladat



Kritikus Út: 1 - 4 - 6 - 7 - 8

6. feladat

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	14	17	30		18	28		0
2		X	0	9					14
3			X	12					17
4				X	8	20			30
5					X	0	17		38
6						X	6	13	50
7							X	9	56

IDŐTERVEK III./2. HÁLÓTERV (CPM) IDŐELEMZÉSE

8								X	65
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	18	18	30	39	50	56	65	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	14	17	30	38	50	56	65	
Különbség	-	4	1	-	1	-	-	-	

Kritikus Út: 1 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8

7. feladat

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	5				0
2		X	2	6		5
3			X	3	4	7
4				X	8	11
5					X	19
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	5	8	11	19	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	5	7	11	19	
Különbség	-	-	1	-	-	

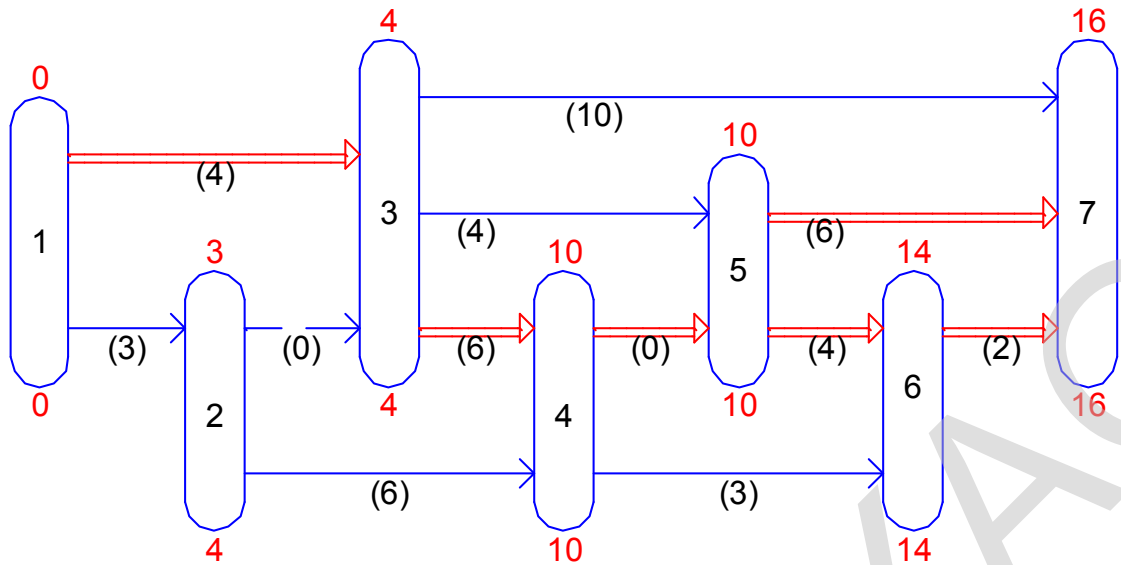
Kritikus Út: 1 - 2 - 4 - 5

8. feladat

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	4	12	6	10								0
2		X	0						8				4
3			X		7								12
4				X	0								6
5					X	5							19
6						X	9						24
7							X	3		8			33
8								X	2				36
9									X	2			38
10										X	3	10	41
11											X	0	44
12												X	51
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	12	12	19	19	24	33	37	39	41	51	51	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	4	12	6	19	24	33	36	38	41	44	51	
Különbség	-	8	-	13	-	-	-	1	1	-	7	-	

Kritikus Út: 1 - 3 - 5 - 6 - 7 - 10 - 12

9. feladat



Kritikus Út: 1 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	3	4					0
2		X	0	6				3
3			X	6	4		10	4
4				X	0	3		10
5					X	4	6	10
6						X	2	14
7							X	16
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	4	4	10	10	14	16	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	3	4	10	10	14	16	
Különbség	-	1	-	-	-	-	-	

Kritikus Út: 1 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7

A TARTALÉKIDŐK JELENTŐSÉGE AZ ERŐFORRÁSELOSZLÁSBAN

ESETFELVETÉS – MUNKAHELYZET

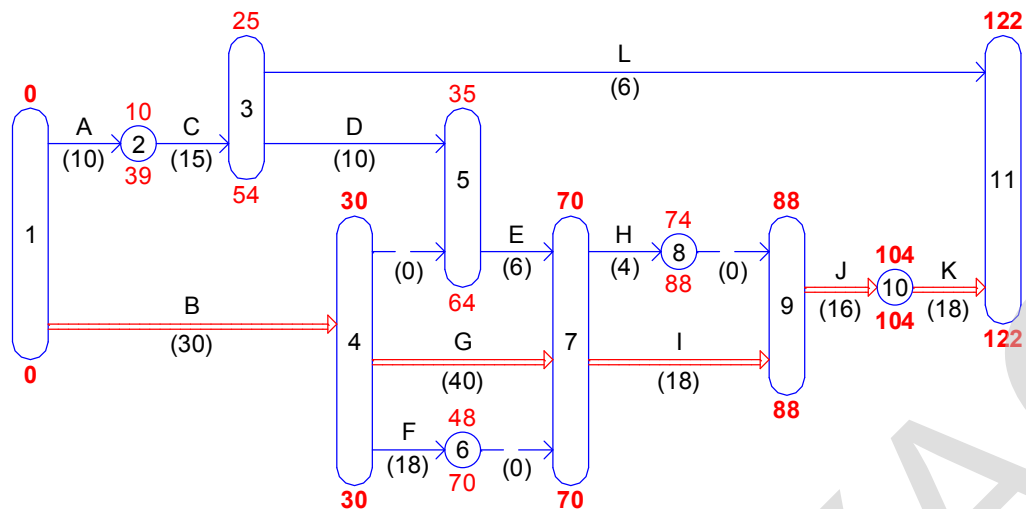
Munkavégzése során azzal a problémával szembesül, hogy a megrendelt anyag nem érkezett meg időben, holott ezt az anyagot a hálóterv szerint egy kritikus úton lévő tevékenység során kell beépíteni. Ha nem végzik el azt az egy feladatot a tervezett idő alatt, akkor veszélybe kerülhet a szerződés szerinti határidő betartása.

SZAKMAI INFORMÁCIÓTARTALOM

TARTALÉKIDŐK SZÁMÍTÁSA

Az előzőekben igazolást nyert, hogy a kritikus út mellett más utak is léteznek a hálóban, amelyek főként abban a vonatkozásban különböznek a kritikus úttól, hogy időtartamuk rövidebb. Ezeknél az utaknál tehát bizonyos időtartalékok jelentkeznek, amelyek azt jelentik, hogy „megcsúszásuk”, azaz munkaidejük elhúzódása a tervezetthez képest, nem jelenti egyben a háló végső határidő elcsúszását is.

Példaképpen emeljük ki az előzőekben vizsgált hálóból az 1-2-3-5-7 és az 1-4-7 utakat, melyek közül az utóbbi kritikus út.



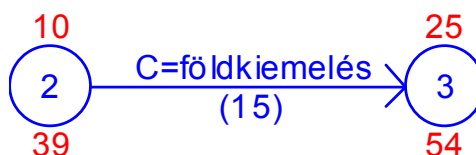
Az 1-2-3-5-7 útvonal $10+15+10+6=41$ napot, az 1-4-7 út $30+40=70$ napot igényel. Mindkét út egyszerre kezdődik, és azonos eseményben fejeződik be. Az 1-2-3-5-7 út kevesebb időt igényel, mint az 1-4-7 kritikus út, ezért az 1-2-3-5-7 útnál időtartalékok keletkeznek.

Ha az 1-2 tevékenységet 0 időpontban kezdjük és a négy egymás után következő tevékenységet időkéssedelem nélkül végezzük el, úgy az 5-7 tevékenység után maradó 29 nap tartalékidő. Természetesen ezt a 29 nap időtartalékot többféleképpen is felhasználhatjuk, így például az 1-2 tevékenység után, vagy a 2-3 tevékenység után, vagy a 3-5 tevékenységet követően, sőt az egyes tevékenységek után megosztva is.

Egyszerű hálóban rendkívül könnyű az időtartalékok szerepének, nagyságának megállapítása. Komplikáltabb hálónál már szerteágazóbb a feladat és ilyen könnyen nem számítható ki. Minél több a tevékenység egy hálórendszerben, annál nehezebb az időtartalékok kiszámítása.

Az alábbiakban egy egyszerű számolási eljárás ismertetése következik, melyhez szükségessé válik, hogy minden egyes tevékenységre vonatkozólag kiszámítsuk a következő adatokat, meghatározzuk a fogalmakat és számításuk módját.

A fogalmak megértéséhez kiemeljük a már kiszámolt hálónk egyik tevékenységét, az C-vel jelölt földkiemelést, amely 15 napig tart, és a logikai elemzés után az 2. jelű eseménytől a 3. jelű eseményig tart.

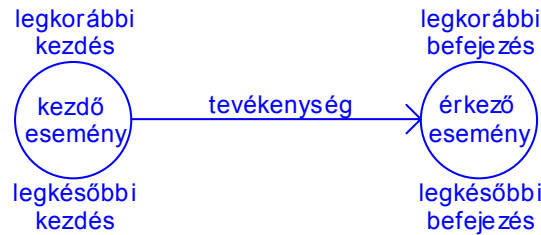


14. ábra

A tevékenység (földkiemelés) szempontjából vizsgálva a háló-részletet, megállapíthatjuk, hogy az 2. jelű esemény lesz a kezdő eseménye, a 3. jelű esemény pedig a befejező, azaz érkező eseménye. Korábban (8. ábra) már alkalmaztunk két fogalmat, a legkorábbi és legkésőbbi bekövetkezési időpontot, amelyeket most a kezdő és befejező eseményekhez illesztve, kiegészítjük azokkal:

- legkorábbi kezdés,
- legkorábbi befejezés,

- legkésőbbi kezdés és
- legkésőbbi befejezés fogalmakká alakítjuk őket.



15. ábra

A **legkorábbi kezdési időpont** lesz az, az időpont, amikor egy tevékenység a leghamarabb, azaz a legkorábban elkezdhető, és annál korábban nem, mert nem teremtődtek meg azok a feltételek, amelyek az elkezdhetőségét biztosítják. Nevezzük: **tko**-nak (t-vel jelöljük az időt, k-val a kezdést és o-val a legkorábbi fogalmat)

A **legkorábbi befejezési időpont** lesz az, az időpont, amikor egy tevékenység a legkorábban befejezhető, ha a legkorábbi kezdés időpontjában elkezdjük a munkát és a megtervezett, kiszámolt munkaidőt tartjuk. Nevezzük: **téo**-nak (é-vel jelöljük a befejezést, azaz érkezést). Számításánál természetesen a fogalmi meghatározásban leírtakat vesszük figyelembe, tehát: a legkorábbi befejezés időpontja egyenlő a legkorábbi kezdési időpont és a tevékenység munkaidejének (nevezzük **m**-nek) összegével:

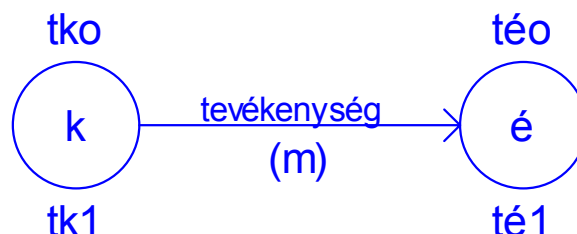
$$téo = tko + m$$

A **legkésőbbi kezdési időpont** az, az időpont, ameddig még elcsúsztatható a munka elkezdése, természetesen ügyelve a számított munkaidő betartására, továbbá arra, hogy az érkező eseményből legalább egy tevékenység indul, amely nem kezdhető el később, mert veszélyeztetné a háló végső határidejének teljesítését. A legkésőbbi kezdési időpont jele legyen: **tk1** (ahol 1-gyel a legkésőbbi fogalmat jelöljük). Számításánál a következő fogalmat is fel kell használjunk, azaz a legkésőbbi befejezési időpontot, hiszen a tevékenység csak eddig az időpontig „tolható” el legtovább:

$$tk1 = té1 - m$$

A **legkésőbbi befejezési időpont** természetesen azt az időpontot jelöli, ameddig a tevékenységet minden körülmények között be kell fejeznünk ahhoz, hogy a háló végső határideje ne tolódjon. Nevezzük: **té1**-nek.

A könnyebb érthetőség kedvéért a 16. ábra tartalmazza az említett jeleket.

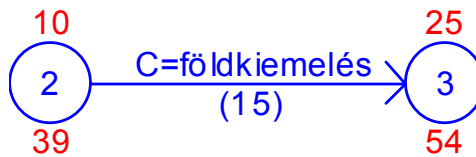


16. ábra

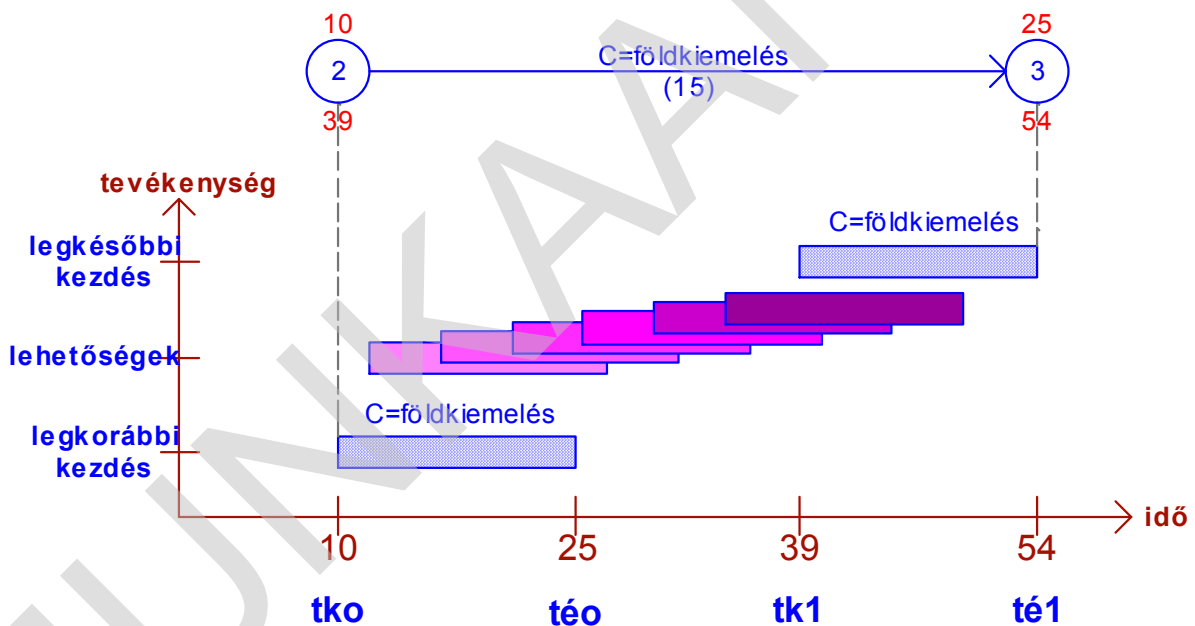
Az eddigi információk alapján kijelenthetjük, hogy a Kritikus Úton fekvő tevékenységekre érvényes az alábbi két fontos összefüggés:

$$tko = tk1 \text{ és } téo = té1.$$

Nézzük a gyakorlatban is az elveket, értelmezzük a számított hálóból kiemelt tevékenységet, a földkiemelést.



A földkiemelés legkorábban a 10. napon kezdhető el, ebben az esetben be kell fejeződnie a 25. nap végére, mert $10+15=25$. A tevékenység kezdő eseménye alá írt legkésőbbi kezdési időpont pedig azt jelenti, hogy kezdhetjük a 11., vagy a 12. napon is, egészen a 39. napig „elcsúsztathatjuk” a munka elkezdését, mert $54-15=39$. Nem felejthetjük el természetesen azt sem, hogy amennyiben a 39. napon kezdjük a munkát, a munkaideje nem nőhet, mindenképpen be kell fejeznünk 15 nap alatt, hogy ne veszélyeztesse a háló teljes munkaidejét.



17. ábra

A tevékenység ábrázolása a legkorábbi és legkésőbbi kezdésekkel, és a köztes lehetőségekkel, változatlan munkaidő esetén

A tevékenységet tehát a legkorábbi kezdés (tko; a földkiemelésnél: 10. nap) és a legkésőbbi befejezés (té1; a földkiemelésnél: 54. nap) időpontja között kell végrehajtani. Azon tevékenységek esetében, amelyek nincsenek a Kritikus Úton, a két időpont közötti időtartam nagyobb, mint a tevékenység számított ideje, ez látható a 17. ábrán. Miután a földkiemelés 15 napot igényel, ezt a munkaidőt neveztük m-nek, így könnyen ki lehet számítani a két időtartam közötti időt:

tél-tko-m= tartalék idő (teljes)

54-10-15=29 nap időtartalék.

A megismert fogalmak és számítási módok alapján meghatározzuk a hálóban szereplő tevékenységek legkorábbi kezdési és befejezési, valamint legkésőbbi kezdési és befejezési időpontjait.

jele	megnevezése	Tevékenység				
		ideje	legkorábbi		legkésőbbi	
		(nap)	kezdési időpont	érkezési időpont	kezdési időpont	érkezési időpont
m	tko	téo	tkl	tél		
1-2	Felvonulás	10	0	10	0	39
1-4	Anyagszállítás	30	0	30	0	30
2-3	Földkiemelés	15	10	25	39	54
3-5	Tükörkészítés	10	25	35	54	64
3-11	Földszállítás	6	25	122	54	122
4-5	-	0	30	35	30	64
4-6	Vas előkészítése	18	30	48	30	70
4-7	Zsalu előkészítése	40	30	70	30	70
5-7	Szerelőbeton+szil.	6	35	70	64	70
6-7	-	0	48	70	70	70
7-8	Vasszerelés	4	70	74	70	88
7-9	Zsaluzás	18	70	88	70	88
8-9	-	0	74	88	88	88
9-10	Alap beton+szil.	16	88	104	88	104
10-11	Kizsaluzás	18	104	122	104	122

16. Táblázat

A fentiekben közölt fogalmak, összefüggések és adatok képezik a tartalékidők számításának alapját.

Tudjuk, hogy a nem kritikus tevékenységeknél bizonyos időtartalékokkal rendelkezünk. Az időtartalék azt jelenti, hogy a megállapított időhatárokon belül a nem kritikus tevékenységek kezdése eltolható anélkül, hogy ez által az egész hálóterv befejezése határidőcsúszást szenvedne.

Egy tevékenység különböző jellegű tartalék időkkel rendelkezhet, így

- a teljes, vagy más néven maximális tartalék idő,
- a szabad tartalék idő,
- a független tartalék idő, és
- a közbenső tartalék idő.

A felsorolt tartalék idők közül a legfontosabb a teljes, vagy maximális tartalék idő meghatározása, mert az eddigi tapasztalatok alapján a gyakorlatban leginkább ez kerül alkalmazásra.

Ismerkedjünk meg a különböző tartalék idők jelentésével, számításuk módjával:

- 1) **Teljes, vagy maximális tartalék idő: (Tt)** A teljes, vagy maximális tartalék idő azt fejezi ki, hogy két eseményt összekötő nem kritikus tevékenység időtartama mennyivel rövidebb, mint az érkező esemény legkésőbbi bekövetkezési időpontja és az induló esemény legkorábbi bekövetkezési időpontja közötti különbség. Képletben kifejezve: $Tt = t_{é1} - t_{k0} - m$.

Megfogalmazhatjuk úgy is, hogy a teljes tartalék idő azt fejezi ki, hogy egy tevékenység munkaideje – amennyiben ez szükséges, például a létszám átcsoportosítása miatt – maximum mennyivel nőhet meg úgy, hogy maga a tevékenység ne váljék kritikussá, ne veszélyeztesse az érkező eseményből kiinduló tevékenységek időben történő megkezdését. Ennél több időtartalék tehát nincs, különben veszélybe sodorná a teljes háló megvalósíthatóságát.

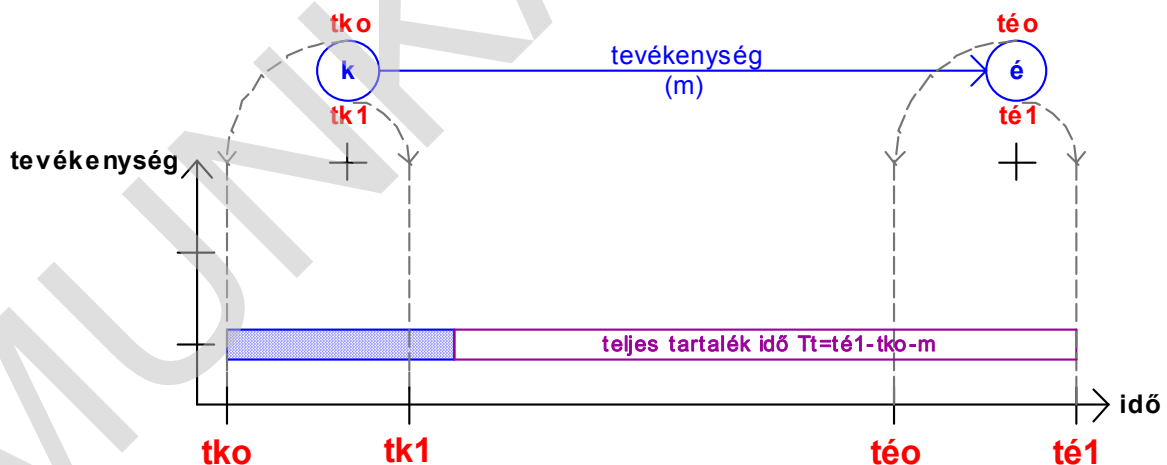
A $\frac{V \cdot n}{8} = L \cdot t$ képlet alapján, kifejezve az időre, $t = \frac{V \cdot n}{8 \cdot L}$ meghatározhatjuk, hogy a

csökkentett létszám mellett az adott munkamennyiség és időnorma alapján a változatlan 8 órás műszak alatt, mennyi idő alatt valósulhat meg a tevékenység. Ebben az esetben a legfontosabb információ, amit a számításnál figyelembe kell venni, hogy a „t” értéke nem lehet nagyobb a teljes tartalék idő és az eredetileg meghatározott munkaidő együttes értékénél, vagy a legkésőbbi bekövetkezési időpont és a legkorábbi bekövetkezési időpont különbségénél!

Összegezve:

$$t \leq Tt + m \quad \text{vagy} \quad t \leq t_{é1} - t_{k0}$$

Természetesen sokkal szemléletesebb a teljes tartalék idő bemutatása, ha a tevékenység kezdő eseményéhez tartozó legkorábbi és legkésőbbi kezdés feltételezett idejét rávetítjük az idő egyenesére, majd ugyanígy teszünk az érkező esemény időadataival is.



18. ábra: Teljes tartalék idő

- 2) **Szabad tartalék idő: (Tsz)** A szabad tartalék idő azt fejezi ki, hogy azt a tevékenységet, amelyik egyébként nincs rajta a Kritikus Úton, és elkezdődött a munkavégzés a lehetséges legkorábbi időben, mennyivel hosszabbíthatjuk meg a munkaidejét úgy, hogy az őt követő tevékenység is elkezdődhessen a lehető

legkorábbi időben. Képletben kifejezve: $Tsz=téo-tko-m$. Megállapítható, hogy ez a tartalék idő csupán része a teljes tartalék időnek.

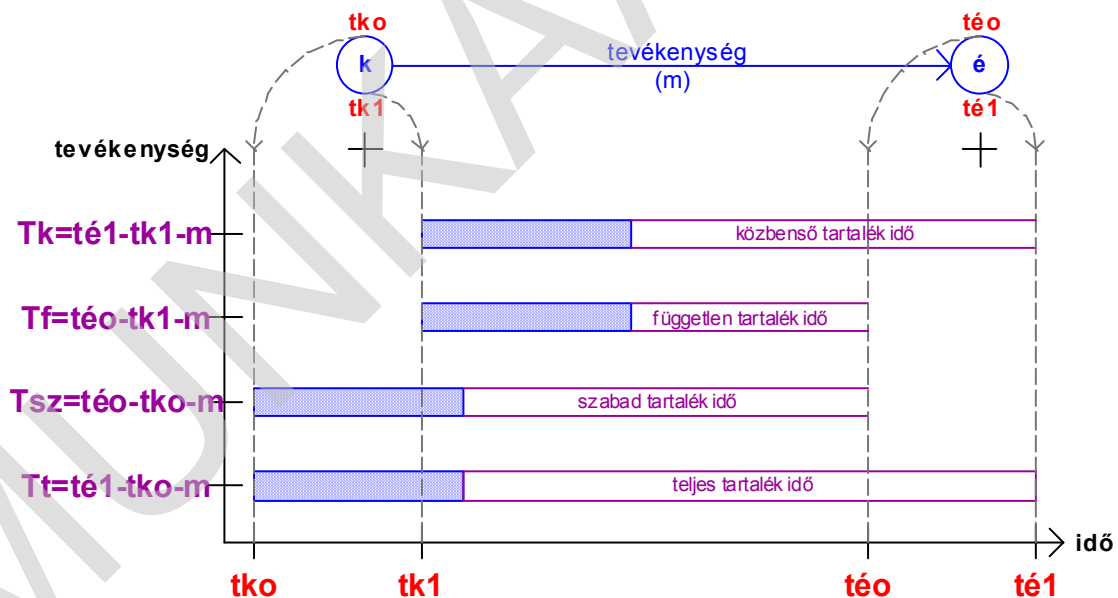
- 3) **Független tartalék idő: (Tf)** A független tartalék időnek csak abban az esetben van értelme, amennyiben a nem kritikus tevékenység munkaideje kisebb, mint a legkésőbbi kezdés és a legkorábbi befejezés közötti időintervallum, azaz:

$$m < téo - tk1$$

A független tartalék idő azt fejezi ki, hogy azt a tevékenységet, amelyik egyébként nincs rajta a Kritikus Úton, és esetében a munkavégzés később kezdődött, mint a legkorábbi kezdési időpont, de a legkésőbbi kezdési időpontig megkezdődött, meddig hosszabbíthatjuk meg a munkaidejét, hogy az őt követő tevékenység a lehető legkorábban elkezdődhessen.

Mindez képletben kifejezve: $Tf=téo-tk1-m$

- 4) **Közbenső tartalék idő: (Tk)** A közbenső tartalék idő azt fejezi ki, hogy azt a tevékenységet, amelyik esetében a munkavégzés később kezdődött, mint a legkorábbi kezdési időpont – de a legkésőbbi kezdési időpontig megkezdődött –, meddig hosszabbíthatjuk meg a munkaidejét, hogy maga a tevékenység ne váljék kritikussá, és ne veszélyeztesse az érkező eseményből kiinduló tevékenységek időben (legkésőbbi bekövetkezési időben) történő megkezdését. Természetesen ezt a fogalmat is csak azoknál a tevékenységeknél alkalmazhatjuk, amelyek nincsenek rajta a Kritikus Úton. Képlet alkalmazásával: $Tk=té1-tk1-m$



19. ábra: A tartalék idők ábrázolása

A 19. ábrán jól látható a különböző tartalék idők egymáshoz való viszonya, és számításuk módja.

A tartalékidők értelmezése és számítási módjának ismerete alapján meghatározzuk a hálóban jelentkező tartalékidők valamennyi változatát.

A számítás a megismert képletek és a legkorábbi kezdési és befejezési, valamint a legkésőbbi kezdési és befejezési időpontok alapján mechanikusan végezhető.

Tevékenység										
jele	megnevezése	idő	legkorábbi		legkésőbbi		tartalék idők			
		nap	kezd. idő-pont	érk. idő-pont	kezd. idő-pont	érk. idő-pont	Teljes	Szabad	Független	Közbenső
		m	tko	téo	tkl	tél	$Tt=té1-tko-m$	$Tsz=téo-tko-m$	$Tf=téo-tkl-m$	$Tk=té1-tkl-m$
1-2	Felvonulás	10	0	10	0	39	29	0	0	29
1-4	Anyagszállítás	30	0	30	0	30	0	0	0	0
2-3	Földkiemelés	15	10	25	39	54	29	0	-29	0
3-5	Tükörkészítés	10	25	35	54	64	29	0	-29	0
3-11	Földszállítás	6	25	122	54	122	91	91	62	62
4-5	-	0	30	35	30	64	34	5	5	34
4-6	Vas előkészítése	18	30	48	30	70	22	0	0	22
4-7	Zsalu előkészítése	40	30	70	30	70	0	0	0	0
5-7	Szerelőbeton+szil.	6	35	70	64	70	29	29	0	0
6-7	-	0	48	70	70	70	22	22	0	0
7-8	Vasszerelés	4	70	74	70	88	14	0	0	14
7-9	Zsaluzás	18	70	88	70	88	0	0	0	0
8-9	-	0	74	88	88	88	14	14	0	0
9-10	Alap beton+szil.	16	88	104	88	104	0	0	0	0
10-11	Kizsaluzás	18	104	122	104	122	0	0	0	0

17. Táblázat

A 17. táblázatból kiderül, hogy az 1-4, 4-7, 7-9, 9-10 és 10-11 tevékenységeknek nincs tartalékidejük - az elvi meghatározásokkal megegyezve -, tehát a Kritikus Úton fekszenek. Leolvasható az is, hogy az 1-2, 2-3, 3-5, 3-11, 4-5, 4-6, 5-7, 6-7, 7-8 és 8-9 tevékenységek tartalékidővel rendelkeznek. Ez a kivitelezés során rendkívül előnyös, ugyanis az építőipari gyakorlatban előforduló előre nem látható akadályok sem okozhatják a teljes program késését.

A TARTALÉK IDŐK KAPCSOLATA AZ ERŐFORRÁSELOSZTÁSSAL

Az eddigiekben ismertetett eljárás olyan szervezési feladatok megoldására vonatkozik, amikor a folyamatszervezéssel egy komplex program előírt határidőre való befejezését kell elősegíteni. Az építőiparban kivitelezéssel foglalkozó cégekre jellemző, hogy egyszerre többféle feladatot végeznek, így erőforrásaik is meghatározottak.

Erőforrás fogalmán a munkásokat, anyagokat és gépeket értjük. A költségvetésből leolvashatjuk a mennyiségeket, a mennyiségek alapján meghatározhatjuk, hogy az egyes erőforrások közül melyikből mennyire lesz szükség egy-egy tevékenység elvégzése során. A költségvetési tételek mennyiségei és a munkaidő normák alapján megállapítható minden egyes munkafolyamatra, tevékenységre vonatkozóan, hogy annak elvégzéséhez mekkora a munkaidő szükséglet (munkaóra, munkanap). Ha szeretnénk tudni a tevékenységek elvégzésének időszükségletét, azt is meg kell határoznunk, hogy egy-egy tevékenység elvégzéséhez milyen létszámú munkaerőt irányítsunk. A létszám meghatározásánál többek között azt is figyelembe kell venni, hogy mekkora legyen a legkisebb és a legnagyobb létszám. A legkisebb létszám általában a két fő, ha abból indulunk ki, hogy a szakmunkásnak „kiszolgálásra” van szüksége, mondjuk egy segédmunkás személyében. A legnagyobb létszám általában attól függ, hogy hány fő fér a munkához, tehát a létszámadatokat a technológiai jellemzők határozzák meg elsősorban. Az tehát megállapítható, hogy a létszámminimum és a létszámmaximum között lesz az ideális létszám. Ennek mértékét – az adottságokat is figyelembe véve – úgy állapítjuk meg, hogy az építési idő a kapacitás egyenletes elosztása szempontjából egyenletes legyen, mert az erőforrások egyenletes leterhelése legalább olyan fontos, mint a határidők betartása. A hálódigramos eljárások az ilyen jellegű problémák megoldására is kiválóan alkalmasak.

A szükséges szakmunkás létszám a munka jellegétől, a munkavégzés idejétől függ.

A segédmunkások szükségességét is befolyásolja a munka jellege, illetve az, hogy sem kőműves, sem más szakmunkás nem tud egyedül hatékonyan dolgozni.

Az erőforrás egyenletes elosztásában a segédmunkások létszáma döntő jelentőségű. Ezért általában olyan ütemtervet készítenek, amely feltünteti a tartalékidőket, valamint azt, hogy mely napon hány segédmunkást foglalkoztatnak.

A háló alapján készített létszámütemtervekről leolvasható, hogy az erőforrás elosztása milyen. Amennyiben egyenetlen, úgy meg kell kísérelni a rendelkezésre álló tartalékidők felhasználásával a tevékenységek átütemezését, azaz a munkaidő megnyújtásával történő létszám átcsoportosítását, mert ilyen módon a program erőforrásigényét a szükséges korlátok alatt lehet tartani.

A Kritikus Úton fekvő tevékenységek erőforrás elosztását nem célszerű módosítani, hiszen az időelemzés realitása így biztosított. Természetesen azokkal a kritikus tevékenységekkel foglalkoznunk kell, amelyek valamilyen előre nem látható esemény következtében „megcsúsznak”, hiszen a csúszás veszélyeztetné a teljes feladat szerződésben vállalt határidejének teljesítését. Ennek elhárítására sürgős intézkedésként azokról a tevékenységektől csoportosítunk át erőforrást, amely tevékenységek nincsenek a Kritikus Úton és ugyanakkor rendelkeznek tartalék idővel.

A nem Kritikus Úton fekvő tevékenységek között lesznek olyanok, amelyek erőforrás igénye megfelelő és a velük párhuzamosan folyó tevékenységekkel együtt is a maximált létszám alatt lesz az erőforrás igényük. Lesznek azonban olyan nem kritikus tevékenységek, amelyek változtatásra szorulnak majd és a létszám növelésével, vagy éppen csökkentésével a munka időváltoztatáson megy keresztül. Ebben az esetben a rendelkezésre álló tartalék időket csak olyan esetben szabad teljes egészében felhasználni, ha biztosak vagyunk abban, hogy semmi nem zavarhatja meg a munka határidejének teljesítését. Amint azt már megállapítottuk, az építőiparban gyakori az előre nem látható akadályok (időjárás tényező, áruszállítás késedelme) megjelenése.

A szükséges kapacitás kiegyenlítésére tehát a nem kritikus tevékenységek tartalék időtartamait fel lehet használni.

Az időtartalékok felhasználása történhet átütemezéssel, későbbre téve a nem kritikus tevékenységek kezdését a lehető legkorábbi időpontnál, de történhet a nem kritikus tevékenységek időtartamának növelésével, sőt ezek együttes alkalmazásával is.

Ennek ellenére a tartalék idővel való „gazdálkodás” nem teljesen mechanikus. Figyelembe kell venni, hogy a nem kritikus tevékenységek is rövidebb, hosszabb láncolatot képeznek. Ezek módosítását és ütemezését úgy kell a program készítése során megoldani, hogy az láncolat maradjon.

TANULÁSIRÁNYÍTÓ

- a) Tanulmányozza (tanára segítségével) Takács Ákos – Dr. Neszmélyi László – Somogyi Miklós: Építéskivitelezés–szervezés; Szega Books Kft. 2007-ben kiadott könyvének 227–228. oldalain található témát a tartalékidőkről!
- b) Olvassa el Tóti Magda – Wehner Marianna: Építésszervezés, építéskivitelezés; MSZH Nyomda és Kiadó Kft. (1999) kiadásában megjelent könyv 65. oldalát és (tanára segítségével) értelmezze az ott található CPM háló időelemzését! Határozzák meg osztálytársaival a hálón található tartalékidőket, és beszéljék meg a jelentőségüket!
- c) Ábrázolja grafikonon a tevékenység teljes tartalék idejét!
- d) Látogasson el (tanára szervezésében és kíséretében) osztálytársaival egy építési helyszínre. Írjanak össze személyenként (önállóan) 25 különböző erőforrást. Az épületlátogatás után egyeztessék a tapasztaltakat!
- e) Ábrázolja grafikonon a tevékenység független tartalék idejét!
- f) A felső háromszög mátrix alapján számolja ki a tartalékidőket!

Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X	8					0
2		X	7	5			8
3			X	0			15
4				X	10	16	15
5					X	0	25
6						X	31
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	8	15	15	31	31	

		Tevékenység					tartalék idők						
jele	megnevezése	idő	legkorábbi		legkésőbbi								
		nap	kezd. idő- pont	érk. idő- pont	kezd. idő- pont	érk. idő- pont	Teljes	Szabad	Független	Közbenső			
		m	tko	téo	tkl	tél	$Tt=té1-tko-m$	$Tsz=téo-tko-m$	$Tf=téo-tkl-m$	$Tk=té1-tkl-m$			

MUNKKANYAG

ÖNELLENŐRZŐ FELADATOK**1. feladat**

Írja le, hogy egy tevékenység milyen jellemző időpontokkal rendelkezik a CPM háló esetében?

2. feladat

Rajzoljon meg egy CPM háló egy tevékenységét kezdő és befejező eseményeivel, majd tüntesse fel a jellemző időpontjait!

**3. feladat**

Írja le részletesen mit ért a CPM háló tevékenységének jellemző időpontjain?

4. feladat

Írja le mely tevékenységek rendelkeznek tartalék idővel, és mit jelent a tartalék idő!

Blank area for writing the answer to question 4, containing three horizontal lines.

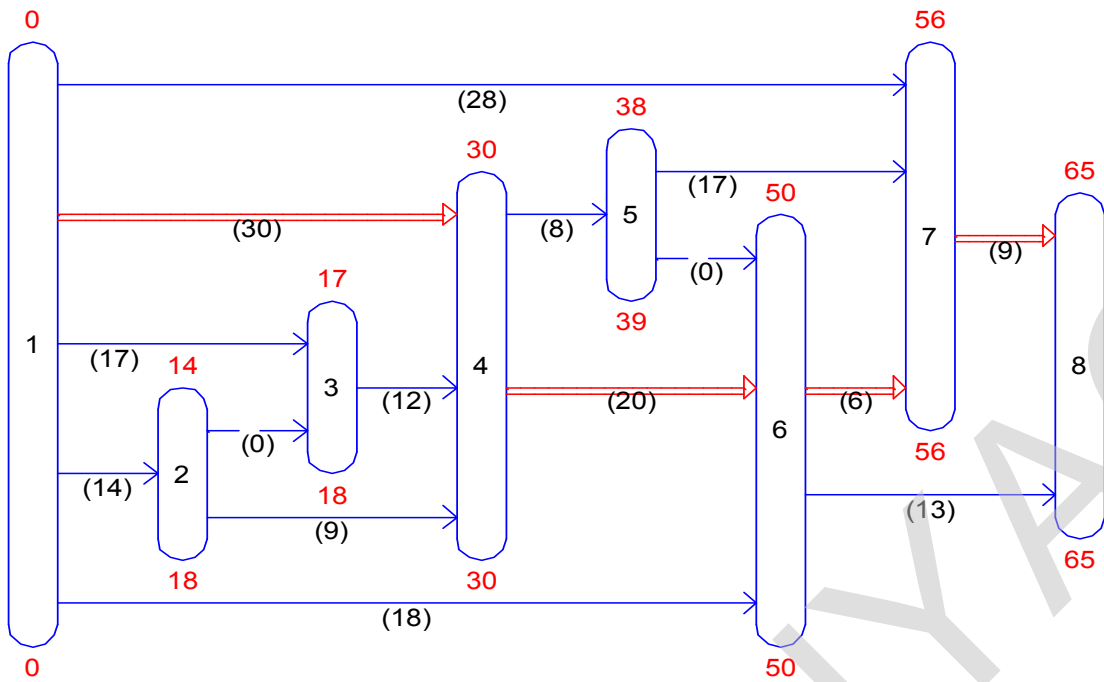
5. feladat

Írja le részletesen a tartalék idők jelentőségét az építőipari kivitelezési folyamat során!

Blank area for writing the answer to question 5, containing seven horizontal lines.

6. feladat

Határozza meg a mellékelt hálón a teljes tartalék időket!



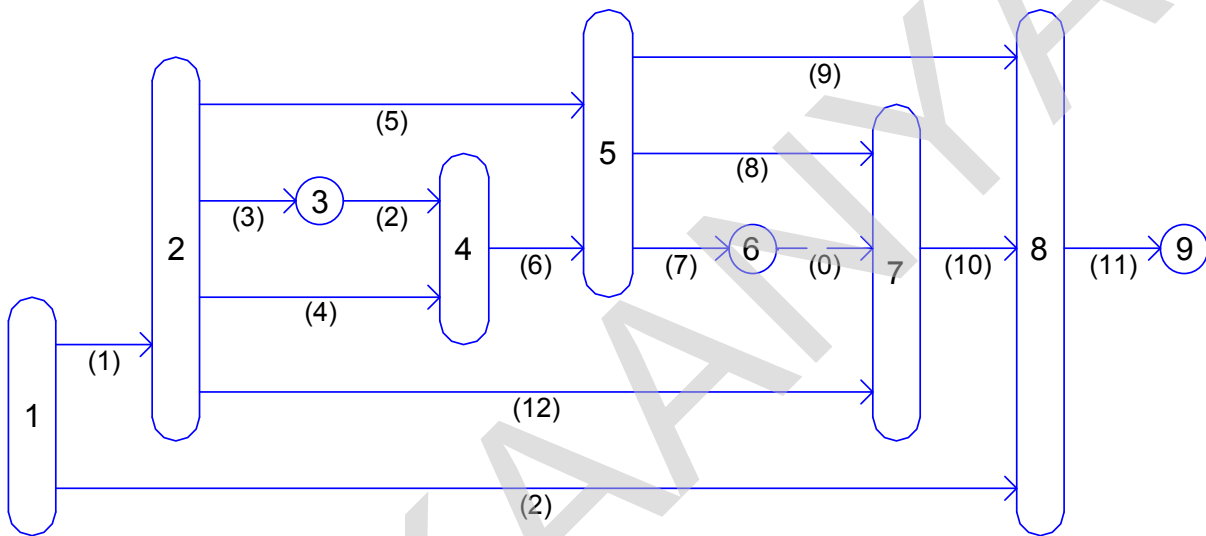
A számításhoz használja az alábbi táblázatot!

jele	megnevezése	Tevékenység					teljes tartalék idő
		idő nap	legkorábbi		legkésőbbi		
			kezd. idő-pont	érk. idő-pont	kezd. idő-pont	érk. idő-pont	
		m	tko	téo	tkl	tél	

--	--	--	--	--	--	--	--

7. feladat

Készítse el a mellékelt hálóterv időelemzését hálón és felső háromszög mátrix segítségével, majd határozza meg a Kritikus Utat! Számolja ki a teljes tartalék időket!



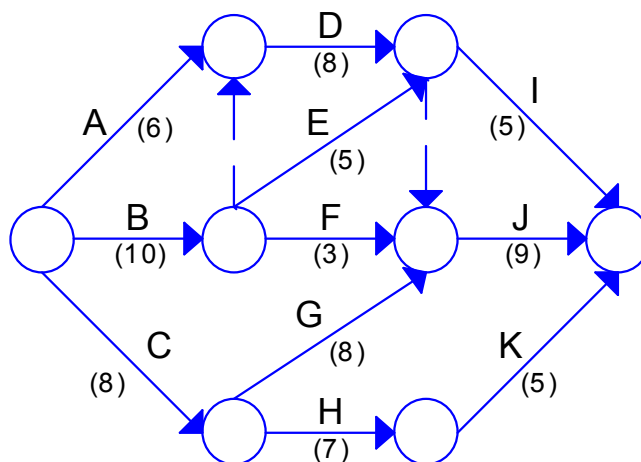
Érkező→ esemény Kezdő↓	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Legkorábbi bekövetkezési időpont
1	X									
2		X								
3			X							
4				X						
5					X					
6						X				
7							X			
8								X		

9									X	
Legkésőbbi bekövetkezési időpont										
Legkorábbi bekövetkezési időpont										
Különbség										

jele	megnevezése	Tevékenység					teljes tartalék idő
		idő	legkorábbi		legkésőbbi		
		nap	kezd. idő- pont	érk. idő- pont	kezd. idő- pont	érk. idő- pont	
		m	tko	téo	tkl	tél	

8. feladat

Készítse el úgy a CPM hálót, hogy a tevékenységek párhuzamos vonalakból, az események körökből és „nyújtott körökből” álljanak, majd jelölje be a Kritikus Utat és határozza meg az egyes tevékenységekhez tartozó teljes tartalék időt! Minden hiányzó információt tüntessen fel a hálón!



jele	megnevezése	Tevékenység					teljes tartalék idő
		idő nap	legkorábbi		legkésőbbi		
			kezd. idő- pont	érk. idő- pont	kezd. idő- pont	érk. idő- pont	
			m	tko	téo	tkl	

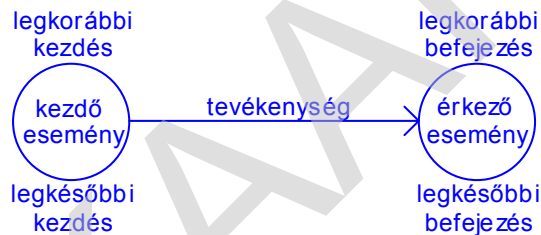
MEGOLDÁSOK

1. feladat

Egy tevékenység jellemző időpontjai a legkorábbi bekövetkezési időpont és a legkésőbbi bekövetkezési időpont részletezéséből adódnak, amelyeket a kezdő és befejező eseményekhez illesztünk, és kiegészítjük azokat:

- legkorábbi kezdés,
- legkorábbi befejezés,
- legkésőbbi kezdés és
- legkésőbbi befejezés fogalmakká alakítjuk őket.

2. feladat



3. feladat

A **legkorábbi kezdési időpont** az, az időpont, amikor egy tevékenység a leghamarabb, azaz a legkorábban elkezdhető, és annál korábban nem, mert nem teremtődtek meg azok a feltételek, amelyek az elkezdhetőségét biztosítják.

A **legkorábbi befejezési időpont** az, az időpont, amikor egy tevékenység a legkorábban befejezhető, ha a legkorábbi kezdés időpontjában elkezdjük a munkát és a megtervezett, kiszámolt munkaidőt tartjuk.

A **legkésőbbi kezdési időpont** az, az időpont, ameddig még elcsúsztatható a munka elkezdése, természetesen ügyelve a számított munkaidő betartására, továbbá arra, hogy az érkező eseményből legalább egy tevékenység indul, amely nem kezdhető el később, mert veszélyeztetné a háló végső határidejének teljesítését

A **legkésőbbi befejezési időpont** azt az időpontot jelöli, ameddig a tevékenységet minden körülmények között be kell fejeznünk ahhoz, hogy a háló végső határideje ne tolódjon.

4. feladat

Azok a tevékenységek rendelkeznek tartalék idővel, amelyek nincsenek rajta a Kritikus Úton, tehát nem kritikus tevékenységek.

A tartalék idő azt jelenti, hogy a megállapított időhatárokon belül a nem kritikus tevékenységek kezdése eltolható anélkül, hogy ez által az egész hálóterv befejezése határidőcsúszást szenvedne

5. feladat

A **tartalék idő** a nem kritikus tevékenységekre jellemző időtartalék, amelyet az erőforrás kiegyenlítésére és a kivitelezési idő betartásának biztosítására használhatunk fel a kivitelezés során.

A **Kritikus Úton fekvő tevékenységek** erőforrás elosztását nem célszerű módosítani, hiszen az időelemzés realitása így biztosított. Természetesen azokkal a kritikus tevékenységekkel foglalkoznunk kell, amelyek valamilyen előre nem látható esemény következtében „megcsúsznak”, hiszen a csúszás veszélyeztetné a teljes feladat szerződésben vállalt határidejének teljesítését. Ennek elhárítására sürgős intézkedésként azokról a tevékenységektől csoportosítunk át erőforrást, amelyek tevékenységek nincsenek a Kritikus Úton és ugyanakkor rendelkeznek tartalék idővel.

A **nem Kritikus Úton fekvő tevékenységek** között lesznek olyanok, amelyek erőforrás igénye megfelelő és a velük párhuzamosan folyó tevékenységekkel együtt is a maximált létszám alatt lesz az erőforrás igényük. Lesznek azonban olyan nem kritikus tevékenységek, amelyek változtatásra szorulnak majd és a létszám növelésével, vagy éppen csökkentésével a munka időváltoztatáson megy keresztül. Ebben az esetben a rendelkezésre álló tartalék időket csak olyan esetben szabad teljes egészében felhasználni, ha biztosak vagyunk abban, hogy semmi nem zavarhatja meg a munka határidejének teljesítését. Amint azt már megállapítottuk, az építőiparban gyakori az előre nem látható akadályok (időjárás tényező, áruszállítás késedelme) megjelenése.

6. feladat

jele	megnevezése	Tevékenység					teljes tartalék idő
		idő	legkorábbi		legkésőbbi		
		nap	kezd. idő-pont	érk. idő-pont	kezd. idő-pont	érk. idő-pont	
		m	tko	téo	tkl	tél	

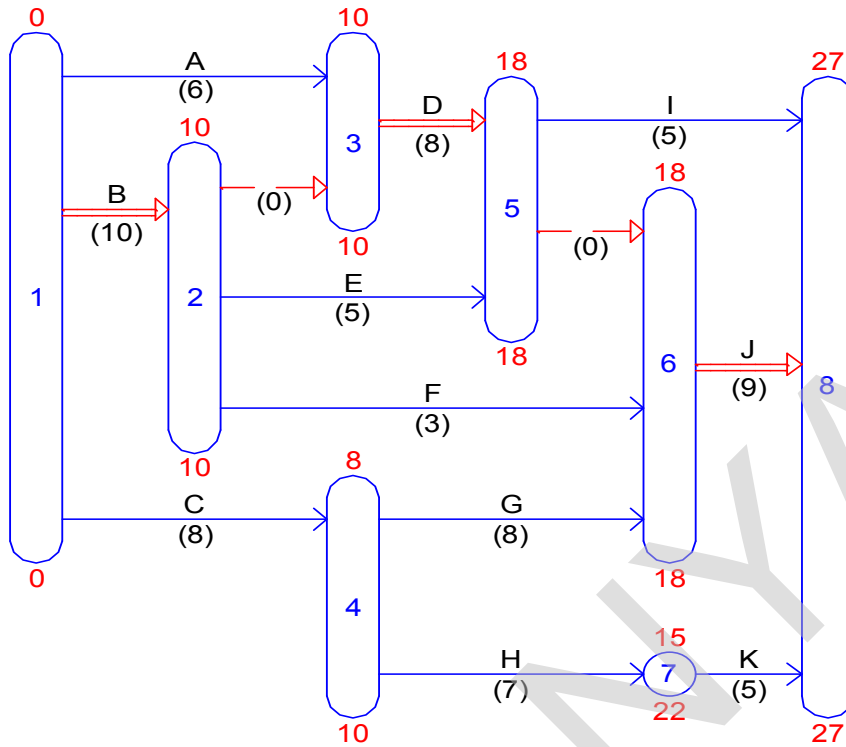
IDŐTERVEK III./2. HÁLÓTERV (CPM) IDŐELEMZÉSE

3			X	2						4
4				X	6					6
5					X	7	8	9		12
6						X	0			19
7							X	10		20
8								X	11	30
9									X	41
Legkésőbbi bekövetkezési időpont	0	1	4	6	12	20	20	30	41	
Legkorábbi bekövetkezési időpont	0	1	4	6	12	19	20	30	41	
Különbség	-	-	-	-	-	1	-	-	-	

Kritikus Út felső háromszög mátrix alapján: 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 7 - 8 - 9

Tevékenység							
jele	megnevezése	idő	legkorábbi		legkésőbbi		teljes tartalék idő (Tt=tél-tko-m)
		nap	kezd. idő- pont	érk. idő- pont	kezd. idő- pont	érk. idő- pont	
		m	tko	téo	tkl	tél	
1-2		1	0	1	0	1	1-0-1=0
1-8		2	0	30	0	30	30-0-2=28
2-3		3	1	4	1	4	4-1-3=0
2-4		4	1	6	1	6	6-1-4=1
2-5		5	1	12	1	12	12-1-5=6
2-7		12	1	20	1	20	20-1-12=7
3-4		2	4	6	4	6	6-4-2=0
4-5		6	6	12	6	12	12-6-6=0
5-6		7	12	19	12	20	20-12-7=1
5-7		8	12	20	12	20	20-12-8=0
5-8		9	12	30	12	30	30-12-9=9
6-7	Látzattevékenység	0	19	20	20	20	20-19-0=1
7-8		10	20	30	20	30	30-20-10=0
8-9		11	30	41	30	41	41-30-11=0

8. feladat



Kritikus Út: 1 - 2 - 3 - 5 - 6 - 8

		Tevékenység					teljes tartalék idő ($T_t = t_{é} - t_{k} - m$)
jele	megnevezése	idő	legkorábbi		legkésőbbi		
		nap	kezd. idő-pont	érk. idő-pont	kezd. idő-pont	érk. idő-pont	
		m	tko	téo	tkl	tél	
1-2	B	10	0	10	0	10	$10 - 0 - 10 = 0$
1-3	A	6	0	10	0	10	$10 - 0 - 6 = 4$
1-4	C	8	0	8	0	10	$10 - 0 - 8 = 2$
2-3	Látszattevékenység	0	10	10	10	10	$10 - 10 - 0 = 0$
2-5	E	5	10	18	10	18	$18 - 10 - 5 = 3$
2-6	F	3	10	18	10	18	$18 - 10 - 3 = 5$
3-5	D	8	10	18	10	18	$18 - 10 - 8 = 0$
4-6	G	8	8	18	10	18	$18 - 8 - 8 = 2$
4-7	H	7	8	15	10	22	$22 - 8 - 7 = 7$
5-6	Látszattevékenység	0	18	18	18	18	$18 - 18 - 0 = 0$
5-8	I	5	18	27	18	27	$27 - 18 - 5 = 4$
6-8	J	9	18	27	18	27	$27 - 18 - 9 = 0$
7-8	K	5	15	27	22	27	$27 - 15 - 5 = 7$

IRODALOMJEGYZÉK

AJÁNLOTT IRODALOM

Takács Ákos – Dr. Neszmélyi László – Somogyi Miklós: Építéskivitelezés–szervezés; Szega Books Kft. 2007 (221–229. old.)

Tóti Magda – Wehner Marianna: Építésszervezés, építéskivitelezés; MSZH Nyomda és Kiadó Kft. 1999 (64–71. old.)

Bársony István: Magasépítéstan I.; Szega Books Kft. 2008 (5–8. old)

Bársony István – Schiszler Attila – Walter Péter: Magasépítéstan II.; Szega Books Kft. 2007 (342. old.)

A(z) 0688–06 modul 021–es szakmai tankönyvi tartalomeleme felhasználható az alábbi szakképesítésekhez:

A szakképesítés OKJ azonosító száma:	A szakképesítés megnevezése
54 215 01 0000 00 00	Műemlékfenntartó technikus
54 582 03 0000 00 00	Magasépítő technikus
54 582 04 0000 00 00	Mélyépítő technikus
54 582 05 0000 00 00	Vízépítő technikus

A szakmai tankönyvi tartalomelem feldolgozásához ajánlott óraszám:

10 óra

A kiadvány az Új Magyarország Fejlesztési Terv
TÁMOP 2.2.1 08/1–2008–0002 „A képzés minőségének és tartalmának
fejlesztése” keretében készült.
A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap
társfinanszírozásával valósul meg.

Kiadja a Nemzeti Szakképzési és Felnőttképzési Intézet
1085 Budapest, Baross u. 52.
Telefon: (1) 210–1065, Fax: (1) 210–1063

Felelős kiadó:
Nagy László főigazgató